

十二年國民基本教育

技術型高級中等學校電機與電子群

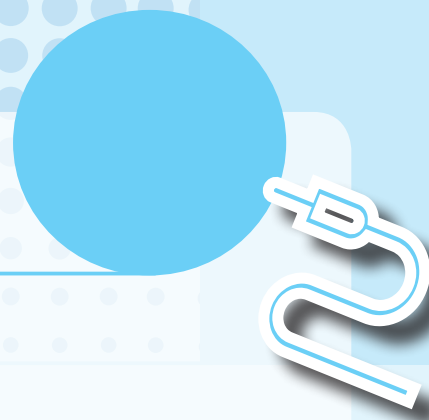
基本電學

(上冊)

洪國勝、孫銘宏
蔡懷文、蔡懷介
編著

泉勝出版有限公司
www.goodbooks.com.tw

編輯大意



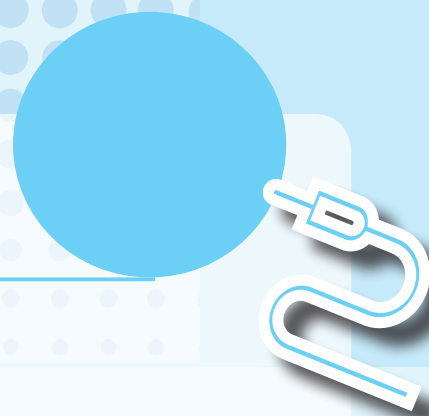
- 一、本書係依據民國 107 年 8 月教育部發布之技術型高級中等學校電機與電子群「基本電學」課程綱要編輯而成。
- 二、本書共含上下冊，供技術型高級中等學校電機與電子群所屬類科等，第一學年第一、二學期三學分教學之用。
- 三、高一學生僅有國中數學基礎，所以基本電學所需數學基礎，本書都會先介紹。但是，一下子要介紹指數函數、三角函數、複數、極座標，也要一面學基本電學，學生老師其實都很吃力，所幸 Python 程式設計已經是國中必修課程，所以本書盡量使用 Python 程式繪出以上數學函數圖形與協助複數的計算，這樣才能快速理解數學公式所代表的物理意義。以上使用電腦輔助學習，完全呼應 108 課綱的跨領域統整教學。
- 五、本書有充分的自我練習、課後習題，這樣學生才能快速理解教材的內容，達到舉一反三的效果。
- 六、本書於範例、自我練習、習題，盡量取自統測與國營事業歷屆試題，這樣學生學習時，目標明確，很快就能抓到學習重點，且不用再買參考書、不用再補習，希望統測與就業考試都可以考取高分。
- 七、基本電學是很嚴謹的學科，但為配合新世代國中畢業生，本書雖力求嚴謹，但用詞盡量口語化，希望讓學生也能自己閱讀，疏漏之處在所難免，尚祈先進惠予指正。



§ 本書編排體例

1. 直流電以大寫表示。例如， I_1 ， V_2 。
2. 交流電以小寫表示。例如， V_r ， i 。
3. 數學方程式均為斜體。例如， $Q_T = V_T \times C_T$ 。
4. 符號的上面加一橫線，表示此為相量。例如， I 為純量， $\bar{I}$ 則為相量。
5. 本書圖編號以節為單位連續編號，例如圖 1-1a、圖 1-1b、圖 1-2a、1-2b。
6. 本書範例以節為單位連續編號，例如範例 3-1a、範例 3-1b，每個範例與自我練習的圖，自成一個單元，使用圖 (1)、圖 (2) 連續編號。

目錄



第1章 電學基本概念

1-1 電的特性及應用	1-2
1-2 電荷	1-5
1-3 電流	1-9
1-4 電壓	1-12
1-5 電能	1-14
1-6 電功率	1-16
1-7 電的單位	1-19
1-8 本章內容摘要	1-21
1-9 課後習題	1-23

第2章 電阻

2-1 電阻與電導	2-2
2-2 各種電阻器	2-7
2-3 歐姆定律	2-13
2-4 電阻溫度係數	2-18
2-5 焦耳定律	2-24
2-6 本章內容摘要	2-26
2-7 課後習題	2-28

第3章 串並聯電路

3-1 電路型態及其特性	3-2
3-2 電壓源及電流源	3-6
3-3 克希荷夫電壓定律	3-12
3-4 克希荷夫電流定律	3-21



3-5 惠斯登電橋	3-25
3-6 Y- Δ 互換	3-27
3-7 本章內容摘要	3-33
3-8 課後習題	3-37

第4章 直流網路分析

4-1 節點電壓法	4-2
4-2 迴路電流法	4-7
4-3 重疊定理	4-10
4-4 戴維寧定理	4-13
4-5 諾頓定理	4-19
4-6 戴維寧與諾頓等效電路	4-23
4-7 最大功率轉移定理	4-27
4-8 綜合範例	4-32
4-9 本章內容摘要	4-37
4-10 課後習題	4-39

第5章 電容及靜電

5-1 電容器與電容量	5-2
5-2 電場與電位	5-16
5-3 本章內容摘要	5-23
5-4 課後習題	5-26

第6章 電感及電磁

6-1 電感器與電感量	6-2
6-2 電磁效應	6-15
6-3 電磁感應	6-23
6-4 本章內容摘要	6-30
6-5 課後習題	6-32

附錄1 本書關鍵字中英文對照與索引表

Chapter 01

電學基本概念



學習大綱

- 1-1 電的特性及應用
- 1-2 電荷
- 1-3 電流
- 1-4 電壓
- 1-5 電能
- 1-6 電功率
- 1-7 電的單位
- 1-8 本章內容摘要
- 1-9 課後習題

學習目標

- 1. 瞭解電的起源。
- 2. 瞭解電荷的作用。
- 3. 瞭解電流的定義。
- 4. 瞭解電壓與電動勢的作用。
- 5. 瞭解功與電能的作用。
- 6. 瞭解電功率的作用。
- 7. 認識電學常用單位。

1-1 電的特性及應用

目前我們從台電或超商購買電池都可以獲得電，有電就可以驅動電燈、電視、音響、馬達、電鍋、烤箱、電磁爐、電腦、電動車、醫學影像等等設備，享受電力帶來的便利性。

電子(electron)

國中理化課程有談到摩擦起電，說明「電子」的存在，大致是說，古代的魔術師，取兩支塑膠尺使用毛皮摩擦，然後靠近，此兩支塑膠尺會互相排斥；取兩支玻璃棒用絲絹摩擦後，此兩支玻璃棒靠近也是互相排斥；取摩擦過的塑膠尺與摩擦過玻璃棒，互相靠近卻互相吸引。以上現象，18世紀的富蘭克林 (Benjamin Franklin, 1706~1790, 美國人) 就提出正負電荷的觀念來解釋此現象，他說：1. 萬物一開始都是正負電荷數量一樣多，所以是電中性不會互相吸引，也不會互相排斥。2. 某一物質，當失去負電荷，就帶正電。3. 某一物質，若接收負電荷者，則帶負電。4. 用毛皮摩擦塑膠尺，**電子**會由毛皮轉移到塑膠尺上，故毛皮帶正電，塑膠尺帶負電。5. 用絲絹摩擦**玻璃棒**，**電子**會由**玻璃棒**轉移到絲絹上，故**玻璃棒**帶正電，絲絹帶負電。6. 帶同性電的東西靠近會互相排斥，帶異性電的東西靠近會互相吸引。7. 因為兩支摩擦過塑膠尺帶同樣負電，所以靠近會互相排斥，兩支摩擦過玻璃尺摩擦過都帶正電，所以也互相排斥。8. 摩擦過塑膠尺帶負電，摩擦過玻璃棒帶正電，所以塑膠尺和玻璃棒靠近會互相吸引。另外，富蘭克林也成功在雷雨中使用風箏引來這些「東西」，且以萊頓瓶收集（類似現在的電容器），此「東西」能吸引絲線，且證明此「東西」與摩擦所產生的「電」相同，且將此東西命名為「電子」，也發明避雷針，只要將鐵棒架在屋頂上，若有閃電，就會順利引導排到大地。看到動植物被雷電打到會焦黑，為什麼動植物會起火且變為焦黑呢，科學家就說：因為雷電中的大量「電子」快速通過這些動植物，大量的「電子」在動植物內部劇烈竄動摩擦就可以產生火花，而燒焦動植物，且這些電子與摩擦而轉移的「電子」是相同的東西。

原子模型(atomic model)

丹麥人波耳 (Niels Bohr) 在 18 世紀提出了原子模型，大意如下：將物質以物理方法分割，在未變更其原有物質特性的最小微粒稱為分子 (molecule)。若將其繼續以化學方法分解，使其失去原來物質之最小微粒特性者稱為原子 (atom)。原子結構如圖 1-1a 所示，中間是原子核（原子核包含質子與中子），外圍則由一群電子圍繞，且這些電子以不同的距離分群排列，該排列稱為電子組態。質子帶正電荷，電子帶負電荷，中子則不帶電，每個原子內的質子與電子個數都相同，所以原子為電中性不帶電。以上質子、中子與電子的帶電量與質量如表 1-1a，電子的質量約為質子的 $1 / 1840$ 。

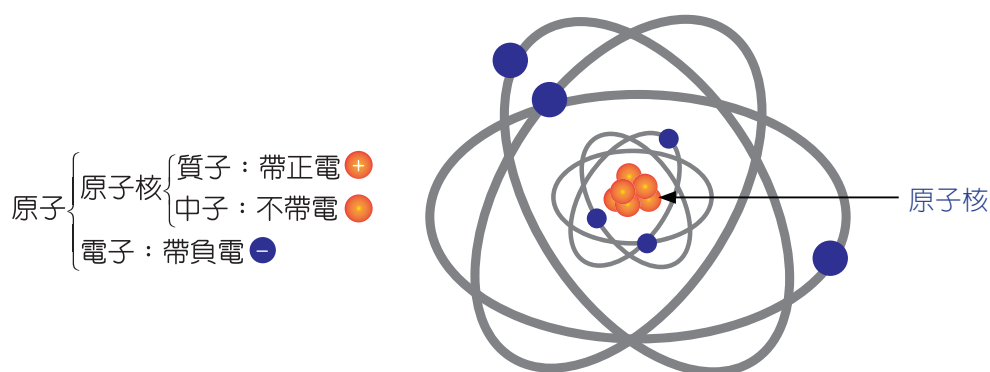


圖 1-1a 原子結構圖示意圖

► 表 1-1a

粒子名稱	帶電量(庫侖, C)	質量(kg)
質子	$+1.6 \times 10^{-19}$	1.6729×10^{-27}
中子	0	1.6751×10^{-27}
電子	-1.6×10^{-19}	9.1×10^{-31}

波耳也依照物質的比重、導電性等物理化學特性，排列出每個元素的質子數、中子數、電子數、電子組態，例如，銅的導電性很好，週期表原子序為 29，質子數與電子數都是 29，電子組態是 2，8，18，1，也就是電子分布為 4 個軌道，如圖 1-1b，最外層只有 1 個電子，很容易脫離，形成自由電子，所以導電性很好。

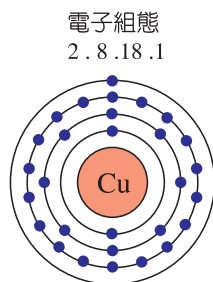


圖 1-1b 銅原子結構圖

電子組態(electronic configuration)

依照波耳原子結構模型，電子會以 $K(n=1)$ 、 $L(n=2)$ 、 $M(n=3)$ 、 $N(n=4)$ 、 $O(n=5)$ 、 $P(n=6)$ 、 $Q(n=7)$ 等軌道運行，且前 4 層，每層軌道最多電子數為 $2n^2$ ，此稱為電子組態，例如，前面談到銅的電子數是 29，所以電子組態是 2，8，18，1，每一層的最多電子數都滿足 $2n^2$ 。

自我練習

1. 請寫出質子的帶電量_____，質量_____，中子的帶電量_____，質量_____，電子的帶電量_____，質量_____。
2. 依照波耳原子組態模型，請寫出前四軌道的軌道名稱與每軌道的最多電子數。
3. 鎳的原子序是 32，請寫出質子數_____，中子數_____，電子數_____，電子組態_____。

1-2 電荷

電荷 (electric charge)，是構成物質的基本粒子的一種物理性質，帶正電的粒子叫正電荷（表示符號為“+”），帶負電的粒子叫負電荷（表示符號為“-”）。上一節提到，原子是由原子核（含質子與中子）與電子所構成，此二者電量大小相同，電性相反，稱為基本電荷量，以符號 e 表示，約為 1.6×10^{-19} 庫侖 (C)。由於帶電物體的電性是由帶正電之質子以及帶負電之電子所組成，因此其帶電量 (Q) 為基本電荷量 e 的整數倍

$$Q = N \times e \text{ (庫侖, C)}$$

(公式1-1)

N 是正電之質子數目減去負電之電子數目得基本電荷淨數目（可為正或負整數）， e 是基本電荷所帶的電量約為 1.6×10^{-19} 庫侖 (C)，帶電量 Q 單位為庫侖 (C)。若無外力，其質子數與電子數數量相等，所以不帶電。但若是電子脫離軌道則形成正離子，物質帶正電；若物質接收電子，形成負離子，物質帶負電；請留意原子核的質子、中子都不會移動，能移動的是電子。

電子的移動

經過科學家不斷觀察、假設、實驗，發現能讓電子移動產生電位差的方式有摩擦、靜電感應、感應起電、化學電池、發電機、光電發電等等，分別說明如下：

摩擦

當兩物體互相摩擦時，一物體的部分電子由於受到力的作用，會轉移到另一物體上，故失去電子的物體帶正電，獲得電子的物體帶負電，稱為摩擦起電。摩擦起電不能創造額外的電荷，電荷只是發生轉移。相互摩擦的兩物體所帶的電，其電性相反、電量相等、靜電荷為零，較適用於絕緣體。用毛皮摩擦塑膠尺，摩擦前如圖 1-2a；摩擦後，電子會由毛皮轉移到塑膠尺上，故毛皮帶正電，塑膠尺帶負電，如圖 1-2b。



圖 1-2a 摩擦前



圖 1-2b 摩擦後電子跑到塑膠尺

靜電感應與靜電起電

當一帶電體靠近電中性的物體時，該物體的近端（靠近帶電體的區域）感應出異性電，遠端感應出同性電，此種暫時性的電荷分離現象，稱為**靜電感應 (electrostatic induction)**。如圖 1-2c，是一個玻璃罩驗電器，首先把帶電物體靠近驗電器的頂端，這將會使驗電器內的電荷重新分布，使頂端帶有與物體相反的電荷，而下面的箔片則帶有與物體相同的電荷。由於兩個箔片所帶的電荷是相同的，它們將會互相排斥而分開。這時驗電器仍然不帶電，只是電荷重新分布了。但是，如果用手指接觸驗電器的頂端，則負電荷將會流入大地。如果這時候把手指移開，則流入驗電器內的正電荷將不能逃脫，這樣驗電器便帶有電荷。因此，即使現在把帶電物體移開，兩個箔片也不會重新合攏，此稱為靜電起電（**static electrification**）。

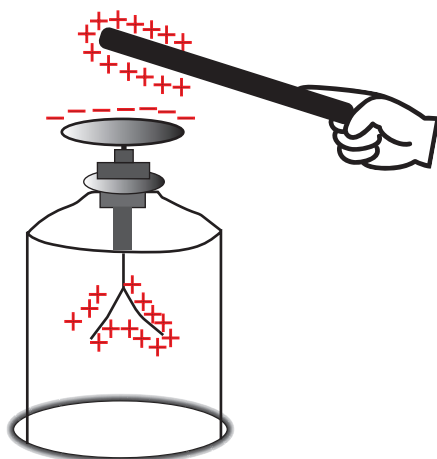


圖 1-2c 用驗電器來演示靜電感應

化學電池(chemical cell)

化學電池的簡易原理如圖 1-2d，左邊的 Zn 會釋放電子，右邊的 Cu 會吸附電子，將導線連接 ZnSO_4 、 CuSO_4 兩種電解液，電子就源源不絕的從左邊移動到右邊。現在電池的續電能力與充電時間都在持續進步中，只是電解棒與電解液不同，這些都是科學家不斷大膽假設與實驗而來。

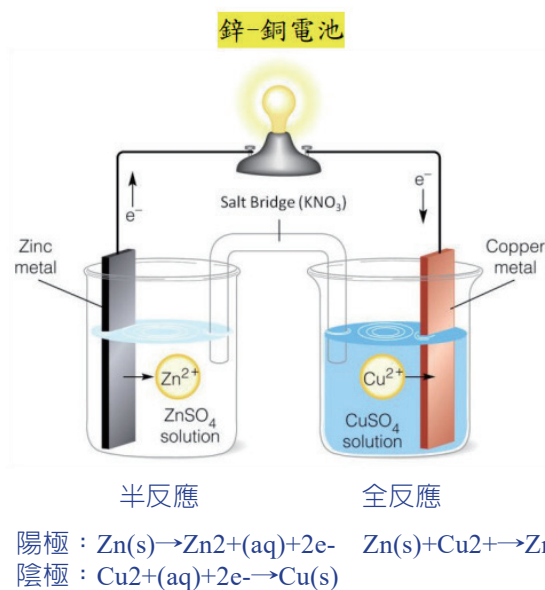


圖 1-2d 化學電池簡易原理（摘自于淑君，國立中正大學化學暨生物化學系「電化學電池」）

發電機(generator)

只要讓封閉線圈在磁場中轉動，電子就能移動，而推動負載，如圖 1-2e，是交流發電機示意圖。

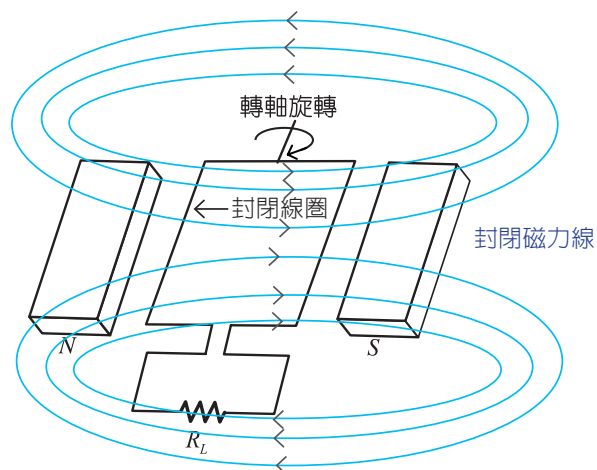


圖 1-2e 交流發電機示意圖

☞ 太陽光電板(photovoltaic panel)

由於為半導體技術不斷的進步，近代科學家不斷大膽假設與實驗，將 n 型半導體與 p 型半導體放在一起，並以太陽光照射，發現電子也能移動，如圖 1-2f，此即為太陽能光伏發電示意圖。

太陽能光伏電池有時候被簡稱為光伏電池或者太陽能電池。當太陽光照射到太陽能電池上時，電池中的電子會產生定向移動，從而產生電流。太陽光轉變為電力的過程無聲而且迅速，而光伏電池與交流發電機比較，因為沒有機構的移動部份，因此可以減少損耗，且可以長期運行。

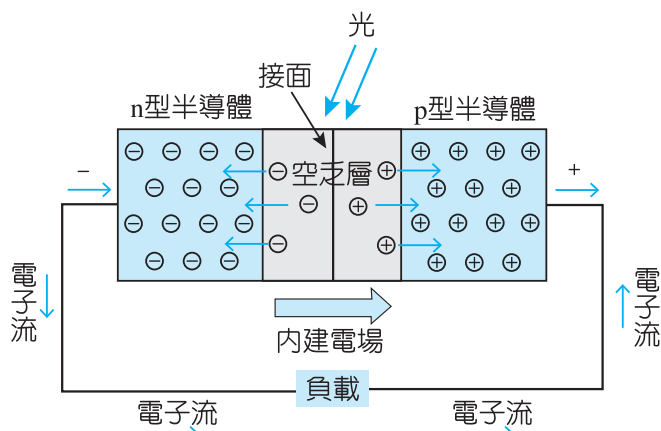


圖 1-2f 太陽能光伏發電示意圖

近兩百年，此「電子」，經由科學家大膽假設與不斷實驗，證明此電子是一顆顆的質點，其質量為 $9.1 \times 10^{-31} \text{kg}$ ，帶電量是 $1.6 \times 10^{-19} \text{C}$ (庫倫)，且沿用至今，且以上的假設與推論，都可以解釋目前的所有電學現象。

自我練習

1. 某一物質，若有 10 個電子加入，則其帶電量是多少？_____。
2. 某一物質，若有 1020 個電子脫離軌道束縛，則其帶電量是多少？_____。
3. 某一物質帶電量是 1C，請問共含幾個電荷？_____。
4. 上網查詢與寫出電池的種類與原理。

1-3 電流 (current)

導體、絕緣體、半導體

當水管充滿水時，我們打開水龍頭，水瞬間就來，如果水管完全沒水，當打開水龍頭時，還要一段時間，水才能從水龍頭流出來，因為打開水龍頭的瞬間，我們得到的並不是水塔的水，而是靠近水龍頭的水，它們是靠推擠作用，讓靠近水龍頭的水瞬間流出來。我們打開電燈的瞬間，電燈瞬間就發亮，所以我們就說導體內原本就充滿自由電子，所以才能與水相同，因為推擠而瞬間供電。科學家為了解釋導體有很多自由電子，就有電子組態的假設，如圖 1-3a，導體的電子組態都是最外圍有 1～3 個電子，銅（原子序是 29，電子組態是 2，8，18，1）、銀（原子序是 47，電子組態是 2，8，18，18，1）、金（原子序是 79，電子組態是 2，8，18，18，1），這些都是良好導體，最外圍軌道都是 1 個，所以常溫就能有很多自由電子脫逃，形成一個良好**導體 (conductor)**。雲母、塑膠、玻璃等，這些化合物其組成元素的最外圍都是 8 個電子，8 個電子形成八偶體，電子就很難脫逃，所以雲母、塑膠、玻璃就是**絕緣體 (insulator)**。矽（原子序 14，電子組態是 2，8，4）與鍺（原子序是 32，電子組態是 2，8，18，4），因其最外圍都是 4 個，此乃介於導體與絕緣體之間，所以稱為**半導體 (semiconductor)**，這些半導體經由實驗就完成現今的電子學與光電產品（此為二年級電子學課程內容）。

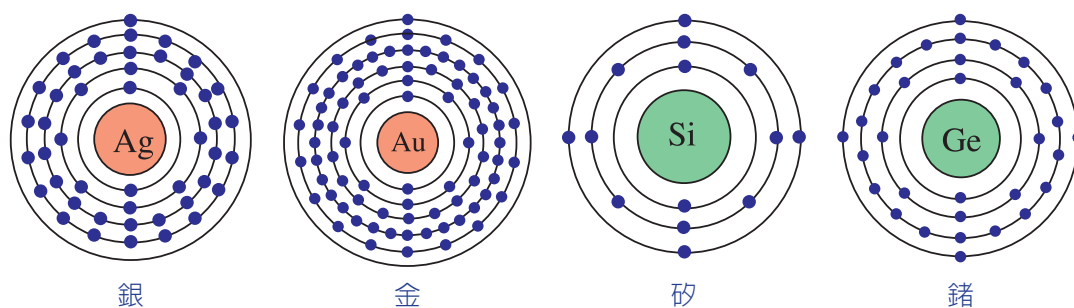


圖 1-3a 銀、金、矽、鍺電子組態圖

電子流與電流

前面已經介紹電子的流動，形成**電子流** (electron current)，且每個電子的帶電量是 $-1.6 \times 10^{-19} \text{C}$ ，現在定義單位時間通過某一截面的電量為電流，電流的符號是 I ，電流的單位是安培以符號 A 表示。數學表示式如下：

$$I = \frac{Q}{t} \quad (\text{安培}, A)$$

(公式1-2)

例如，1 秒內有 10^{19} 個電子通過，則其電子流是 $10^{19} \times 1.6 \times 10^{-19} / 1 = 1.6A$ 。又例如，某一個電子，每 2 秒繞原子核 10^{20} 次，則形成一股電流 $10^{20} \times 1.6 \times 10^{-19} / 2 = 8A$ 。早期，科學家認為「電」是正電荷的流動，方向是由電池或發電機的正端流出，經過負載，再流回電池或發電機負端，但後來證實「電」是電子（帶負電）的流動，而不是正電荷的流動，且其方向是從電池或發電機的負端流向負載，而回到電池或發電機的正端。因為大家已經習慣「電流」的用法，且也不影響「電」的使用，所以也就一直沿用至今，只是學科學、學電學的需要知道，電是「電子」的流動，方向是從電池或發電機「負端」流向負載，再流回電池或發電機的「正端」。例如，若電池接線如圖 1-3b，則「電流」(I) 是順時針，「電子流」則是逆時針方向。

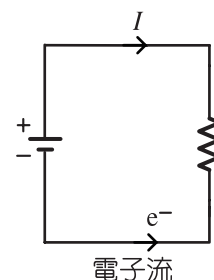


圖 1-3b 電流與電子流的方向

電子移動平均速度(drift velocity)與電流的關係

圖 1-3c 是導線取一個截面的示意圖，截面積 $A(\text{m}^2)$ ，長度 $\ell (\text{m})$ ，單位體積內的電荷數目（電荷密度）是 n ，每個電子的帶電量 (e) 是 $1.6 \times 10^{-19} \text{C}$ ，所以此段導線的總電子數是 nAl ，總帶電量是：

$$Q = nAle \cdots \cdots (1)$$

電流根據定義是：

$$I = \frac{Q}{t} \cdots \cdots (2)$$

現在此電子在長度 ℓ 的移動時間為

$$t = \frac{\ell}{v} \quad \cdots \cdots (3)$$

v 是電子移動平均速度，單位是 m/s。將 (3) 代入 (2)，得到：

$$I = nAve \quad (\text{安培, A})$$

(公式1-3)

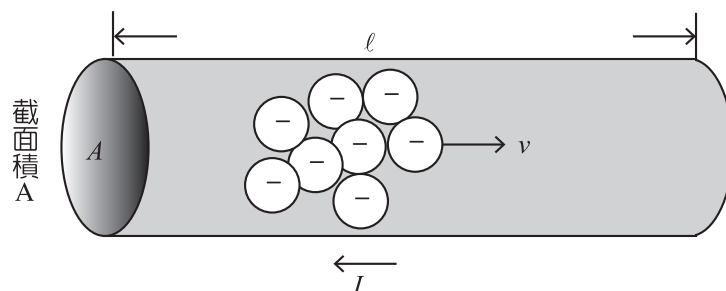


圖 1-3c 電子移動平均速度

範例 1-3a

有一銅導線的截面積為 0.1 平方公分，導線內的電流值為 16 毫安培，已知銅的電子密度為 10^{29} 個自由電子 / 立方公尺，則電子在導線中的平均速度為何？

110 統測

(A) 10^{-3} 公尺 / 秒 (B) 10^{-5} 公尺 / 秒 (C) 10^{-7} 公尺 / 秒 (D) 10^{-9} 公尺 / 秒

解

由公式 1-3， $I = nAve$

$$16\text{m} = 10^{29} \times 0.00001 \times v \times 1.6 \times 10^{-19} \quad \text{得到 } v = 10^{-7} \text{ m/s}$$

由結果可知，電子移動平均速度雖然很慢，但開關的瞬間，電燈就亮，這就與水龍頭水滴的擠壓原理相同。

1-4 電壓

電壓(voltage)與電動勢(electromotive force)

在力學裡，水會流動，我們說因為有水壓，水才會流動，水壓的大小也影響水的流速，水壓的來源有高度差或加壓馬達。在電學裡，化學電池、發電機、光電板都能讓電子持續流動，電子能夠流動，我們也稱此設備具電動勢。電動勢的符號是「E」，單位是伏特，以符號「V」表示，如圖 1-4a。所有發電設備也都有內阻 r ，電流流過這些內阻就有壓降 V_r ，扣掉 V_r 的電壓，才是真正的電池電壓 V ，電壓的符號是「V」，單位「伏特」，單位符號是「V」，若 $V=12V$ ，代表電壓是 12 伏特。如圖 1-4a，電池電動勢為 E ，扣掉電池內阻電壓 V_r ， $V_{ab}=E-V_r$ ，若不考慮電源內阻，則使用 E 或 V 都是代表電源的電動勢，代表此電源提供的電壓。

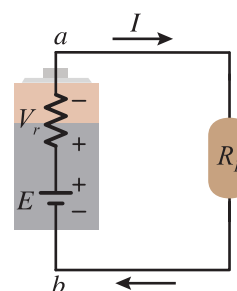


圖 1-4a E 與 V 的關係

電位(electric potential)與電位差(potential difference)

在電學裡，由電源流出的電流通常會經過很多負載，有了負載電壓就會下降，所以就有「電位」這一名詞，用以代表該點的電壓。如圖 1-4b，電源共流進 3 個電阻 R_1 、 R_2 、 R_3 ，在電阻兩端通常我們有標點 a, b, c, d ，方便我們求各點的電壓，此電壓稱為該點的電位 V_a 、 V_b 、 V_c 、 V_d 。同理，每一個位置有電位，兩點的電位的差異，就稱為電位差。例如， V_{ab} 表示 a, b 兩點的電位差， $V_{ab}=V_a-V_b$ ；同理 V_{bc} 表示 b, c 兩點的電位差， $V_{bc}=V_b-V_c$ 。

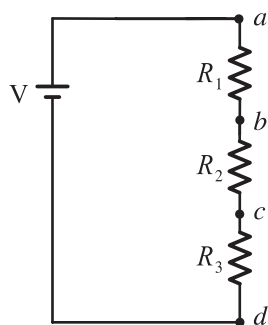


圖 1-4b 電位與電位差

接地(earth connection)

接地符號是 $\perp$ ，表示其電壓為零。若一電路同時使用兩個電源，則一定要將兩個電源的地線互相連接，這樣兩個電源才有相同的基準。

範例1-4a

如圖 (1) 所示，下列敘述何者正確？

統測 110

- (A) 當 c 點接地時， $V_{ae} = 4V$
 (B) 當 c 點接地時， $V_{ac} = -4V$
 (C) 當 b 點接地時， $V_{ae} = 4V$
 (D) 當 d 點接地時， $V_{ae} = -4V$

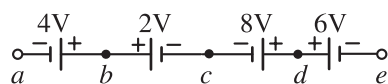


圖 (1)

解

c 點接地， $V_c = 0V$, $V_d = 8V$ （電池由正極出去，電壓增加）， $V_e = 2V$ （電池由負極出去，電壓減少，以上結果，請自己拿電池與三用電表做實驗）， $V_b = 2V$ ， $V_a = -2V$ ， $V_{ae} = V_a - V_e = -2 - 2 = -4V$ ，其餘請自行練習。

自我練習

1. 如圖 (1) 所示， $R_1 = 1k\Omega$ ， $R_2 = 3k\Omega$ ， $R_3 = 6k\Omega$ ，

d 點接地，下列何者正確？

統測 111

- (A) $V_{ab} > V_{bc}$ (B) $V_{ab} > V_{ac}$
 (C) $V_{bc} > V_{ac}$ (D) $V_{ca} > V_{ba}$

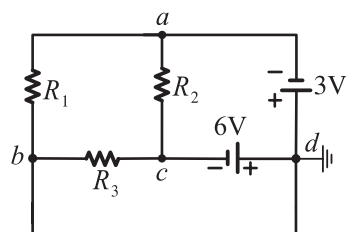


圖 (1)

2. 如圖 (2) 所示電路，下列有關各節點間電位差之敘述，何者正確？

統測 112

- (A) $V_{ac} > V_{ad}$
 (B) $V_{dn} > V_{cn}$
 (C) $V_{dn} > V_{ac}$
 (D) $V_{ad} > V_{ac}$

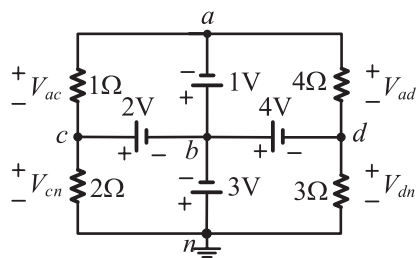


圖 (2)

1-5 電能(electric energy)

物理上將能做功的東西，都稱為能量，例如具有高度的東西，我們說它有重力位能(=mgh)，將彈簧拉長或壓縮，我們稱此彈簧具有彈力位能(=kx²/2)，熱能煮熟食物，我們稱熱有熱能，在電學裡，電的功能也是五花八門，可以加熱、可以推動電梯、可以驅動螢幕的明與暗，我們也稱電有能量，稱為電能。在力學裡，施力(F)與位移(S)的乘積，定義為功，此功可以轉為動能或重力位能。在電學裡，電能的定義是將一電荷於一個電位差移動，所需做的功，單位是焦耳(J)，數學式如下：

$$W=Q \times V \text{ (焦耳, J)}$$

(公式1-4)

Q 是電荷的符號，單位是 C， V 是電壓符號，單位是 V， W 是電能符號，單位是焦耳，符號是 J。例如，某一電荷 3C，通過電位差 4V 的負載，則需作功為 $3 \times 4 = 12\text{J}$ 。又例如，某一電荷通過電位差 5V 的負載，消耗 10J 的電能，則此電荷帶電量是 $10/5 = 2\text{C}$ 。

電子伏特(electron-volt)

電能的另一單位是電子伏特(eV)，也就是一個電荷移動一個電位差的能量。

電位(electric potential)與電能

力學的水位以海平面為零水位，電學的電位則以大地（或無窮遠處）為參考點，稱為零電位或接地。A 點電位(V_A)的定義是「將單位正電荷從無窮遠(∞)處移動至 A 點所作的功」，數學式如下：

$$V_A - V_\infty = \frac{W_A - W_\infty}{Q}, \text{ 因為無窮遠的電位與能量均為零，所以}$$

$$V_A = \frac{W_A}{Q} \text{ (單位是伏特, 單位符號是V)}$$

(公式1-5)

也就是 A 點電位(V_A)是電荷(Q)在 A 點所具有的電位能(W_A)。

電位差(electric potential difference)與電能

電位差的定義：將正電荷由一點移到另一點所需的功，即為兩點間的電位差。假設將電荷 Q 從 B 點移至 A 點，其位能由 W_B 變為 W_A ，則 A 、 B 兩點的電位差 V_{AB} 為：

$$V_{AB} = V_A - V_B = \frac{W_A - W_B}{Q} = \frac{W_{AB}}{Q} \quad (\text{伏特, V})$$

(公式1-6)

範例1-5a

在一均勻電場中，將一單位正電荷由無窮處移到 B 點，所需能量為 3.2 電子伏特 (eV)，再將此電荷由 B 點移到 A 點需作功 3.2×10^{-19} 焦耳，則下列何者正確？ 摘自 109 統測

- (A) B 、 A 兩點的電位差 $V_{BA} = -2V$ (B) B 、 A 兩點的電位差 $V_{AB} = 4V$
 (C) A 點的電位差 $V_A = 2V$ (D) B 點的電位差 $V_B = -2V$

解

$$V_B = W_B/Q = 3.2/1 = 3.2V。$$

$$V_{AB} = V_A - V_B = W_{AB}/Q = 3.2 \times 10^{-19} / 1.6 \times 10^{-19} = 2V，\text{因為 } V_{AB} = 2, V_B = 3.2, \text{所以 } V_A = 5.2V$$

自我練習

- 將 2×10^{-3} 庫倫的正電荷由 b 點移向 a 點需作功 0.1 焦耳，若 a 點的電位為 60V，則 b 點的電位為何？ 112 統測
 (A) 20V (B) 10V (C) -10V (D) -20V
- 在一均勻電場，將一基本電荷由 a 點移至 b 點需作功為 2 電子伏特 (eV)，若 a 點電位為 2.5V，則 b 點電位為何？ 108 統測
 (A) 1.5V (B) 3V (C) 4.5V (D) 6V
- 下列有關電子伏特 (eV) 之敘述，何者正確？ 108 統測
 (A) 為能量單位 (B) 為功率單位 (C) 為電壓單位 (D) 為電阻單位

1-6 電功率(electrical power)

前面已經介紹電能 W 是電荷作功的結果，電功率（以符號 P 表示）則是作功的效率，也就是單位時間所做的功，以數學式表示如下：

$$P = \frac{W}{t} \quad (\text{瓦特, W})$$

(公式1-7)

W 是電能符號，單位是焦耳 (J)，時間 t 單位是秒 (s)， P 是電功率符號，單位是瓦特 (W)，例如，某一電路於 3 秒內作功 9J，則其電功率是 $9/3=3$ 瓦特 (W)。又例如，30W 的燈泡，點亮 10 分鐘，所需電能 $W=30 \times 10 \times 60 = 18000\text{J}$ 。

馬力(horsepower, 縮寫hp)

馬力是電功率的英制單位， 1hp （馬力） $= 746\text{W}$ ，現在僅剩馬達與內燃機沿用此單位。

電度

電度是電能計量單位，定義為「千瓦·小時」，也就是 1 千瓦的電器，連續使用 1 小時稱為 1 度電。例如，有一燈泡 100W，連續使用 10 小時，則使用電度 $= 100 \times 10 / 1000 = 1$ 度電。又例如，2 馬力的馬達，連續使用 10 小時，則使用電度 $= 746 \times 2 / 1000 = 1.5$ 度電。

自我練習

1. 以一個平均功率為 2000 瓦特的電鍋煮飯 120 分鐘，若每度電價為 2.5 元，則電費為多少元？
(A)10 (B)18 (C)20 (D)25

初等考試 112

mAh

mAh 又寫做 $\text{mA} \cdot \text{h}$ ，中文念法是毫安培小時，亦簡稱毫安時，等於 1 毫安培的電流通電 1 小時的電量。另外，毫安培小時並不是能量單位，而是「電量」單位，現在的手機電池也是採用這項標示。例如，以 4,500mAh

的手機電池為例，假設在待機狀態下的耗電量為 50mA，則表示此電池續航的時間大約可達 90 小時。

自我練習

1. 某手機的電池容量為 3200mAh，只考慮手機使用在待機及通話情況下，待機時消耗電力的電流為 10mA，通話時消耗電力的電流為 200mA。若電池充飽後至電力消耗完畢期間，手機的總通話時間為 10 小時，則理想上總待機時間應為多少小時？統測 107
(A)96 (B)120 (C)144 (D)168

損失與效率

在力學裡有摩擦力，在電學裡有電阻，所有能量的轉換，輸入能量 (W_i) 不會完全等於輸出能量 (W_o)，能量短少的部分稱為損失 (loss)，如圖 1-6a。

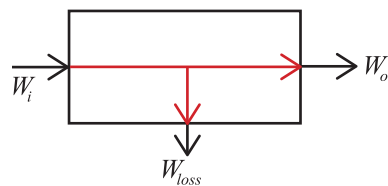


圖 1-6a

$$W_i = W_o + W_{loss}$$

(公式1-8)

效率(efficiency)

輸出能量與輸入能量的比值稱為效率以希臘字母 η 表示，讀音 ETA (伊塔)，數學式如下：

$$\eta = \frac{W_o}{W_i} \times 100\%$$

(公式1-9)

以上是能量的損失與效率，功率是單位時間的能量轉換效率，所以以上也適用功率的轉換。

$$P_i = P_o + P_{loss}$$

$$\eta = \frac{P_o}{P_i} \times 100\%$$

(公式1-10)

當系統由數個子系統串接而成時，如圖 1-6b 所示，則整個系統的總效率為各子系統個別效率的乘積，以數學式表示如下：

$$\text{總效率 } \eta_T = \eta_1 \eta_2 \eta_3 \cdots \eta_n$$

(公式1-11)

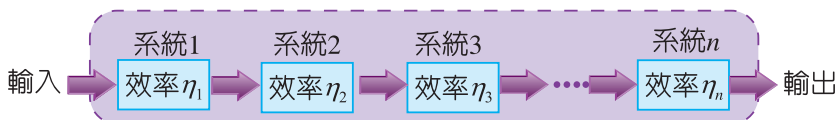


圖 1-6b 系統效率圖

範例1-6a

有一抽水馬達輸入功率為 1000W，若其效率為 0.746，求

(1) 馬達輸出為多少 W？(2) 馬達輸出為多少 hp 數？(3) 損失為多少 W？

解

- (1) 馬達輸出 $1000 \times 0.746 = 746\text{W}$ 。
- (2) 因為 $1\text{hp} = 746\text{W}$ ，所以 $746\text{W} = 1\text{hp}$ 。
- (3) 損失 $1000 - 746 = 254\text{W}$ 。

範例1-6b

有一電力系統由兩個子系統組成，第一個子系統的效率為 0.9，第二個子系統的效率為 0.7，求：(1) 總效率為何？(2) 若輸入 1000 焦耳的電能，則輸出為何？

解

- (1) 總效率為所有子效率的乘積： $0.9 \times 0.7 = 0.63$ 。
- (2) 若輸入 1000 焦耳的電能，則輸出 $1000 \times 0.63 = 630$ 焦耳。

1-7 電的單位

物理學基本的單位有七個，分別是長度 (m)、質量 (kg)、時間 (s)、電流 (A)、熱力學溫度 (K)、物質的量 (mol 或個數)、光強度 (cd) 等 7 項的單位，稱為基本單位 (base units)，以上基本單位為 1960 年第十一屆國際度量衡會議訂定**國際單位制** (Le Système International d'Unités)，簡稱 SI 制。除了以上七個基本單位，其它都是導出單位，例如，速度是 (m/s)，面積是 (m^2)。

關於電的單位，前面已經介紹電量的單位是庫倫，符號是 C，電流的單位是安培，符號是 A，電壓的單位是伏特，符號是 V，電能的單位是焦耳 (J) 與電子伏特 (eV)、電功率的單位是瓦特 (W)。後續還會介紹電阻的單位是歐姆 (Ω)、電容的單位是法拉 (F)、電感的單位是亨利 (H)，如表 1-7a。

► 表 1-7a 電的單位

名稱	名稱符號	單位	單位符號	名稱	名稱符號	單位	單位符號
電量	Q	庫倫	C	電功率	P	瓦特	W
電流	I	安培	A	電阻	R	歐姆	Ω
電壓	V, E	伏特	V	電容	C	法拉	F
電能	W	焦耳	J	電感	L	亨利	H

乘冪表示法

基本電學的數值資料有時會太大或太小，例如 47000V 或 0.001A，為了好讀好寫與好溝通，通常會加上一些乘冪符號輔助，例如，k 表示乘以 1000，m 表示乘以 0.001，所以 47000V 會以 47kV 表示，0.001A 會以 1mA 表示，表 1-7b 是常見的乘冪符號。

► 表 1-7b 常見的乘冪符號

乘冪符號	代表大小	中文名稱	英文名稱
T	$10^{12} = 1,000,000,000,000$	兆	tera
G	$10^9 = 1,000,000,000$	十億	giga
M	$10^6 = 1,000,000$	百萬	mega



乘冪符號	代表大小	中文名稱	英文名稱
k	$10^3 = 1,000$	仟	kilo
m	$10^{-3} = 0.001$	毫	milli
μ	$10^{-6} = 0.000001$	微	micro
n	$10^{-9} = 0.000000001$	毫微，奈	nano
p	$10^{-12} = 0.000000000001$	微微，皮	pico

自我練習

1. 9 奈米代表長度是多少？
2. 5TB 的硬碟代表可儲存多少 Bytes ？
3. 5GHz 代表每秒傳輸多少 bit ？
4. 請將以下數字以乘冪符號表示

題號	題目	答案	題號	題目	答案
1	10000		6	$10\text{m} \times 1\text{k}$	
2	3000000		7	$10\text{M} \times 3\mu$	
3	4000000000000000		8	$20\text{T} \times 4\text{n}$	
4	0.022		9	$10\text{m}/4\text{p}$	
5	0.0000033		10	$15\text{n}/3\text{k}$	

1-8 本章內容摘要

1. 原子由質子、中子及電子組成，電子是一顆顆的質點，每個電子質量是 $9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ，每一個電子帶 -1.602×10^{-19} 庫倫的電量。
2. 原子最外層軌道上的電子稱為價電子，價電子少於 4 個者為導體。失去電子的原子稱為正離子帶正電，獲得電子的原子稱為負離子帶負電。
3. 電流是單位時間所通過的電量：

$$I = \frac{Q}{t} = nAve \quad (\text{安培, A}; n \text{ 是電荷濃度, } A \text{ 是導線截面積, } v \text{ 是電子平均移動速度, } e \text{ 是每個電子帶電量})$$

4. 電能的定義是將一電荷於一個電位差移動，所需做的功，單位是焦耳 (J)，數學式如下：

$$W = Q \times V$$

電荷 Q : 單位符號是 C，電壓 V ，單位符號是 V，電能 W 單位符號是 J。

5. A 點電位 (V_A): 將單位正電荷從無窮遠 (∞) 處移動至 A 點所作的功。

$$V_A - V_\infty = \frac{W_A - W_\infty}{Q}, \text{ 即 } V_A = \frac{W_A}{Q} \quad (\text{伏特, V})$$

(無窮遠的電位與能量均為零)

6. 電位差的定義：將正電荷由一點移到另一點所需的功，即為兩點間的電位差。假設將電荷 Q 從 B 點移至 A 點，其位能由 W_B 變為 W_A ，則 A、B 兩點的電位差 V_{AB} 為：

$$V_{AB} = V_A - V_B = \frac{W_A - W_B}{Q} = \frac{W_{AB}}{Q} \quad (\text{伏特, V})$$

7. 電功率 P 則是作功的效率：

$$P = \frac{W}{t} \quad (\text{瓦特, W})$$

電能 W 單位是焦耳 (J)，時間 t 單位是秒 (s)， P 單位是瓦特 (W)

8. 輸出能量與輸入能量的比值稱為效率，數學式如下：

$$\eta = \frac{W_o}{W_i} \times 100\%$$



9. 常見電的單位

名稱	名稱符號	單位	單位符號	名稱	名稱符號	單位	單位符號
電量	Q	庫倫	C	電功率	P	瓦特	W
電流	I	安培	A	電阻	R	歐姆	Ω
電壓	V, E	伏特	V	電容	C	法拉	F
電能	W	焦耳	J	電感	L	亨利	H

10. 十的乘幂表如下：

p	n	μ	m	k	M	G	T
10^{-12}	10^{-9}	10^{-6}	10^{-3}	10^3	10^6	10^9	10^{12}

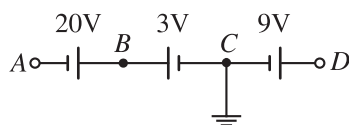
1-9 課後習題

選擇題

- 電荷 $Q = -20$ 庫侖，由 A 點移動到 B 點須做功 100 焦耳，則 $V_{AB} = ?$ 台水 104
(A) $-5V$ (B) $+5V$ (C) $-0.2V$ (D) $+0.2V$
- 關於電的基本概念，下列敘述何者錯誤？ 台水 105
(A) 馬力的單位為瓦特 (B) 電子伏特的單位為伏特
(C) 電容量的單位為法拉 (D) 1 焦耳／秒等於 1 瓦特
- 某一 10W 之 LED 燈泡，假設沒有任何損失狀態之下，1 度電可使用多少小時？ 台水 105
(A) 10 小時 (B) 100 小時 (C) 1000 小時 (D) 10000 小時
- 某 110V，2kW 之直流電動機，滿載效率為 80%，請問滿載運轉時其損失大約為多少瓦特？ 台水 105
(A) 200W (B) 300W (C) 400W (D) 500W
- 電荷的單位為何？台水 105
(A) 安培 (A) (B) 庫侖 (C) (C) 牛頓 (N) (D) 韋伯 (Wb)
- 若系統的輸出功率為 10kW，效率為 0.8，則輸入功率為何？ 台水 105
(A) 8kW (B) 10kW (C) 12.5kW (D) 14kW
- 一具 3kW 之儲熱式電熱水器，每日熱水器所需平均加熱時間為 40 分鐘。若電力公司電費為每度 2 元，則每月（30 日）之熱水器電費為何？ 台水 107
(A) 120 元 (B) 72 元 (C) 180 元 (D) 90 元
- 有一部額定 200V，1000W 之電暖器，若外接在 100V 電源上，則其消耗功率為多少瓦特？ 台水 107
(A) 200W (B) 250W (C) 400W (D) 500W
- 下列何者為馬達之能量轉換方式？ 台水 110
(A) 機械能→電能 (B) 電能→機械能 (C) 光能→電能 (D) 電能→光能
- 某直流電動機由 100V 電源輸入 10A 電流，若電動機的效率為 90%，請問此台電動機的損失功率為多少瓦特？ 台水 110
(A) 100W (B) 200W (C) 250W (D) 400W

11. 如(下圖)所示電路，請問下列何者正確？(複選題)

台水 110



- (A) $V_{AB} = 20V$ (B) $V_A = -17V$ (C) $V_{DB} = 12V$ (D) $V_{DA} = 26V$
12. 下列敘述何者正確？(複選題) 台水 106
- (A) 電壓的單位為伏特
(B) 電容量的單位為亨利
(C) 電子伏特的單位為伏特
(D) 電阻的單位為歐姆
13. 有一馬達以 120 伏特電壓來啟動，運轉 20 秒總做功 4800 焦耳，此馬達所消耗的平均功率為何？ 111 初等特考 D
- (A) 40 瓦特 (B) 80 瓦特 (C) 160 瓦特 (D) 240 瓦特
14. 有一物質其原子序為 32，則下列敘述何者正確？ 統測 109
- (A) 其價電子 (valence electron) 數為 3 個
(B) 其 L 層電子軌道總帶電量約為 -1.28×10^{-18} 庫侖
(C) 當環境溫度升高時，此物質的電性可能變為絕緣體
(D) 其原子核的總帶電量約為 5.1×10^{-19} 庫侖
15. 有一部 2kW 電爐每天使用 5 小時，一個月使用 10 天，每度電費 3.5 元，則該電爐一個月的電費為： 自來水 111
- (A) 450 元 (B) 400 元 (C) 350 元 (D) 300 元
16. 下列何者不是電能單位？ 台中捷運 111
- (A) 仟瓦·小時 (B) 焦耳 (C) 達因 (D) 電子伏特
17. 某一蓄電池進行充電，已知提供 2A 電源並連續充電兩小時，且充電過程中無任何能量散失，則此電源提供充電的總電荷量為多少？ 台中捷運 111
- (A) 14000C (B) 14400C (C) 15000C (D) 15500C
18. 有一發電系統設備，其輸入功率為 3.2hp，損失功率為 596.8W，則此台設備的效率為多少？ 台中捷運 111
- (A) 90% (B) 85% (C) 80% (D) 75%

19. 某一帶電量為 9 庫侖正電荷，從電位 20V 處移到 50V 處，試求此電荷作功多少耳？
台中捷運 111
(A)250 (B)270 (C)300 (D)330
20. 有關價電子及自由電子的敘述，下列何者正確？
自來水 111
(A) 價電子為原子最外層軌道上的質子
(B) 價電子易受外界能量影響而成為自由電子
(C) 價電子脫離最外層軌道成為自由電子
(D) 矽的價電子有 5 個

素養觀念題

1. 雷電後，小明發現樹木被燒黑，請問如何使用本章原理解釋。
2. 小明的手機電池規格標注 3200mAh，若待機僅需 20mA，請問若都讓手機處於待機狀態，可以撐幾個小時不用充電？
3. 小明有一燈具，燈具有 5 顆 20W 燈泡，每天使用 10 小時，電每度 3 元，請問一個月需要多少電費？
4. 請說明在空曠地的建築物有無避雷針的差別？
5. 新聞常報導「台積電先進 5 奈米、7 奈米晶圓」，請問奈米的意思呢？

MEMO

Chapter 02

電阻



學習大綱

- 2-1 電阻與電導
- 2-2 各種電阻器
- 2-3 歐姆定律
- 2-4 電阻溫度係數
- 2-5 焦耳定律
- 2-6 本章內容摘要
- 2-7 課後習題

學習目標

1. 瞭解電阻與電導的定義
2. 認識各種電阻器
3. 瞭解電壓、電阻與電流的關係（歐姆定律）
4. 瞭解電阻溫度係數
5. 瞭解電流的熱效應（焦耳定律）

我們第一章已經介紹電子、電流、電壓、電能、電功率、電的單位，本章將導入電阻，因為電阻是直流電路最常見的負載。

2-1 電阻及電導

在力學裡，物體的移動會有摩擦力，不同的路面摩擦力也不同，在電學裡，不同的材質，也會影響電流的大小，此一影響電荷移動的阻力稱為電阻 (resistance)，符號是 R ，單位是歐姆 (Ω)。

電阻率

電阻率 (resistivity)，科學符號為 ρ ，又稱電阻係數，是描述材料導電性能的物理量。電阻率的定義是單位長度、單位截面的某種物質的電阻，數值上等於長度為一公尺、橫截面積為一平方公尺的該種物質的電阻大小。電阻率的單位是歐姆公尺 ($\Omega \cdot m$)，簡稱歐公尺。電阻率較低的物質稱為導體，常見導體主要為金屬，而自然界中導電性最佳的是銀。其它不易導電的物質如玻璃、橡膠等，電阻率較高，一般稱為絕緣體。介於導體和絕緣體之間的物質（如矽）則稱半導體。表 2-1a 是常見導體的電阻率。

► 表 2-1a 常見導體的電阻率（單位為歐姆 - 公尺，溫度是 $20^{\circ}C$ ）

物質種類	電阻率(ρ)	物質種類	電阻率(ρ)
銀	1.6×10^{-8}	鐵	10×10^{-8}
標準軟銅	1.724×10^{-8}	鉑	11×10^{-8}
硬抽銅	1.77×10^{-8}	錫	11.5×10^{-8}
金	2.44×10^{-8}	鉛	22×10^{-8}

電阻定律

對於一般物體，電阻 R 與電阻率 ρ 、長度 ℓ 與截面積 A 之間的關係，由實驗得到數學式關係如下：

$$R = \rho \frac{\ell}{A} \quad (\text{歐姆}, \Omega)$$

(公式2-1)

電阻 R 單位為歐姆，長度 ℓ 單位為公尺，截面面積 A 單位為平方公尺，電阻率 ρ 單位為歐姆·公尺。

範例2-1a

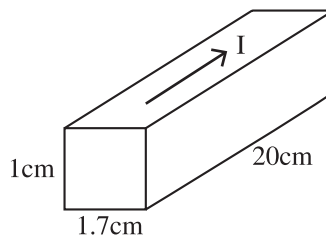
有一條材料為銀的導線，截面積為 1.6mm^2 ，長度為 400m ，求此導線電阻值為多少歐姆？（銀的電阻率 $\rho = 1.6 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ ）

解

截面積的單位是 m^2 ，所以先將 mm^2 轉為 m^2 ， $1.6\text{mm}^2 = 1.6(\text{mm})^2 = 1.6 \times 10^{-6}\text{m}^2$ ，所以 $R = \rho \frac{\ell}{A} = 1.6 \times 10^{-8} \times \frac{400}{1.6 \times 10^{-6}} = 4\Omega$

自我練習

1. 同範例 2-1a，若截面積為 1.6cm^2 ，長度 200km ，則此導線電阻值為多少歐姆？
2. 如右圖，長度為 20cm 銅導線的電阻值為多少歐姆？（銅的電阻率 $\rho = 1.7 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ ）



範例2-1b

A、B 兩導體以相同材料製成，B 長度為 A 長度之 3 倍，B 線徑為 A 線徑之一半，若 $R_A = 10\Omega$ ，則 R_B 為多少歐姆？

解

$$R_A = \rho \frac{\ell}{A} = 10\Omega$$

$$R_B = \rho \frac{3\ell}{\frac{1}{4}A} \quad (\text{截面積與線直徑的平方成正比})$$

$$= 12\rho \frac{\ell}{A} = 120\Omega$$

自我練習

1. A、B 兩導體以相同材料製成，B 長度為 A 長度之 3 倍，B 線徑為 A 線徑之一半，若 $R_B = 12\Omega$ ，則 R_A 為多少歐姆？

範例2-1c

有一導線 10Ω ，在體積及形狀不變下，將其均勻拉長，使長度變為 4 倍時，電阻值變為多少歐姆？

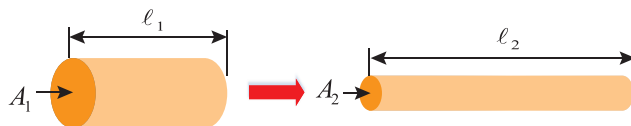


圖 (1)

解

如圖 (1)，將導線拉長 4 倍，若體積不變，則截面積變為 $\frac{1}{4}$ ，所以

$$R = \rho \frac{4\ell}{\frac{A}{4}} = 16\rho \frac{\ell}{A} = 1.6 \times 10 = 160\Omega$$

自我練習

1. 有一導線 12Ω ，在體積及形狀不變下，將其均勻拉長，使截面積為原來的 $\frac{1}{2}$ ，電阻變為多少？
2. 有一導線 10Ω ，長度取其 $\frac{2}{5}$ ，則電阻變為多少？
3. 有一額定為直流 $120V$ ， $600W$ 的電熱線，若修剪掉 $\frac{1}{3}$ 長度並將剩下的 $\frac{2}{3}$ 長度兩端接於 $48V$ 直流電壓，則剩下 $\frac{2}{3}$ 長度的電熱線消耗功率為何？

統測 111

(A) $80W$ (B) $100W$ (C) $144W$ (D) $173W$

4. 具有相同材質之 a 及 b 兩圓柱形導線，若 a 截面積為 b 的 4 倍，且 a 的長度為 b 的 2 倍，則 a 導線電阻值 R_a 與 b 導線電阻值 R_b 之比 ($R_a : R_b$) 為何？

統測 112

(A) $1:2$ (B) $1:4$ (C) $2:1$ (D) $4:1$

電導(conductance)

於單元 3-3 節中公式 3-7b 所列電阻並聯電路中，兩個電阻的並聯公式是：

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

爲了方便以上計算，所以我們也定義電阻的倒數爲電導，符號是 G ，數學式如下：

$$G = \frac{1}{R} = \frac{1}{\rho} \times \frac{A}{\ell} = \sigma \frac{A}{\ell} \quad (\text{西門, S}) \quad (\text{公式2-2})$$

σ 稱爲電導係數 (conductivity) 讀音是 sigma，爲電阻率的倒數， A 是截面積，單位是 m^2 ； ℓ 是長度，單位是 m ；電導 G 的單位西門 (S, Siemens)。(補充說明：早期電導的單位爲「姆歐」(Mho，由 Ohm 即歐姆這個詞的字母順序顛倒而得，或以 Ω 來表示，現在則改用西門，符號 S)

範例2-1d

有一導線已知電阻大小分別爲 25Ω ，則電導值爲多少西門？

解

$$G = \frac{1}{R} = \frac{1}{25} = 0.04\text{S}$$

自我練習

1. 有一導線電導爲 5S ，在體積及形狀不變下，將其均勻拉長，使長度變爲 2 倍時，電阻值變爲多少歐姆？電導爲多少西門？
2. 有一導線長度 50 米，電導爲 0.05S ，現將其切成 5 段，綁在一起，使其長度變爲 10 米，求其電導爲多少？

百分率電導係數 (percentage conductivity)

標準韌銅是最常用的導電材料，我們就以其當作標準，定義一個百分率電導係數 γ 如下：

$$\gamma \% = \frac{\text{任何材料之電導係數}}{\text{標準韌銅之電導係數}} \times 100\% \quad (\text{公式2-3a})$$

$$= \frac{\text{標準韌銅之電阻係數}}{\text{任何材料之電阻係數}} \times 100\% \quad (\text{公式2-3b})$$

用來表示該導體的導電優劣，因為以銅為標準，則純銅的百分率電導係數為 100%，表 2-1b 是常見金屬的百分率電導係數。

► 表 2-1b 常見金屬的百分率電導係數

材料名稱	$\gamma\%$	材料名稱	$\gamma\%$
銀	105%	矽鋼	45%
標準純銅	100%	鐵	17.2%
金	71.8%	水銀	1.8%
鋁	61%	碳	0.04%

範例2-1e

標準純銅的電阻係數是 $1.7 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ ，銀的電阻係數 $\rho = 1.6 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ ，求銀的百分率電導係數？

解

$$\gamma = \frac{1.7 \times 10^{-8}}{1.6 \times 10^{-8}} = 106\%$$

自我練習

- 標準純銅的電阻係數是 $1.7 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ ，若鐵的電阻係數 $\rho = 10 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ ，求鐵百分率電導係數？
- 鐵、鋁、銅、電熱絲四種金屬的導電率大小，依序為下列何者？台水 110
 - 銅、鐵、鋁、電熱絲
 - 銅、鋁、鐵、電熱絲
 - 電熱絲、銅、鋁、鐵
 - 電熱絲、鐵、銅、鋁

2-2 各種電阻器

電阻器

電阻器 (resistor) 是電氣設備中最常見的元件，單位為歐姆 (Ω)，依其用途可分為可變電阻器、半可變電阻器及固定值電阻器等三種，其外觀及電路符號圖如圖 2-2a~2-2d 所示。可變電阻器，如圖 2-2a，通常放在電器的面板讓使用者調整電阻值，例如，音響設備的音量調整；半可變電阻如圖 2-2b 與 2-2c，半可變電阻通常焊在電路板，給工程師進行出廠前調整。可變與半可變電阻都有三隻腳，其 1,3 接腳兩端電阻是固定的，如電阻上的標示，分別是 2K、10K、10K(103)，調整旋鈕即可改變 (1,2) 或 (2,3) 腳之間的電阻值，因為腳位 2 的電阻位置是在腳位 1,3 之間移動，所以 (1,2) + (2,3) 的總電阻也是固定值。固定電阻如圖 2-2d。

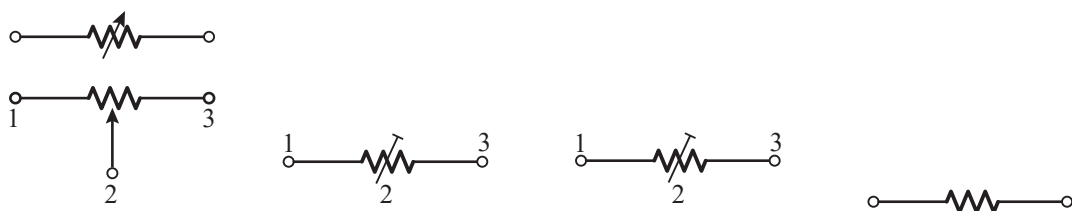
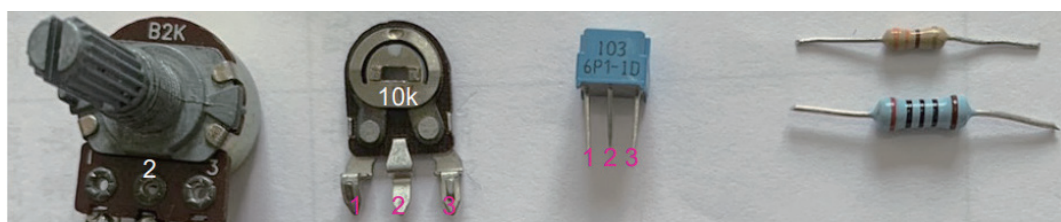


圖 2-2a 可變電阻 圖 2-2b 半可變電阻 圖 2-2c 半可變精密電阻 圖 2-2d 固定值電阻器

電阻若依材質分類，主要有碳膜電阻器、金屬膜電阻器、金屬氧化膜電阻器、繞線電阻器等，分別說明如下：

碳膜電阻器

碳膜電阻器是使用最早，最廣泛的電阻器。它是以碳沉積在瓷質基體上製成的，通過改變碳膜厚度或長度，可以得到不同的阻值。其特點是耐高溫，當環境溫度升高後，其阻值變化與其他電阻器相比很小。

ㄟ 金屬膜電阻器

金屬膜電阻器是在真空條件下，在瓷質基體上沉積一層合金粉製成的。通過改變金屬膜的厚度或長度可得到不同的阻值。金屬膜電阻器的特點是精度比較高，穩定性好，噪聲、溫度係數小。但由於金屬膜電阻結構不均勻，因此其脈衝負載能力差，同時造價比較高。

ㄟ 金屬氧化膜電阻器

金屬氧化膜電阻器是將錫金和銻的金屬鹽溶液進行高溫噴霧沉積在陶瓷骨架上製成的。與金屬膜電阻器相比，它具有抗氧化、耐酸、抗高溫等優點，不過它的阻值一般偏小，只能用來製作低阻值電阻。

ㄟ 繞線電阻器

繞線電阻器是用康銅絲纏繞在絕緣骨架上製成的。它有很多優點，如耐高溫、精度高、功率大。但其調頻特性差，這主要是由於其分布電感較大。常見的繞線電阻有水泥電阻，保險電阻等。

敏感電阻

電阻若依用途可分為熱敏電阻、光敏電阻、氣敏電阻、壓敏電阻、濕敏電阻、磁敏電阻、力敏電阻等，這些稱為敏感電阻。敏感電阻是對溫度、光線、指定氣體、電壓、濕度、磁場、壓力等作用敏感的電阻器，分別說明如下：

ㄟ 熱敏電阻

熱敏電阻的阻值隨著溫度變化而變化，可分為正溫度係數（PTC）和負溫度係數（NTC）兩種熱敏電阻；正溫度係數熱敏電阻的阻值隨溫度升高而升高，負溫度係數熱敏電阻的阻值隨溫度升高而降低。

☞ 光敏電阻

光敏電阻器是依據光電導效應製作而成的。當外界光照強度變化時，光敏電阻的阻值隨之變化，當光照強度變大，光敏電阻的阻值顯著減小，當光照強度變小時，光敏電阻的阻值顯著增大。

☞ 濕敏電阻

濕敏電阻由感濕層、電極、絕緣體組成，是利用濕敏材料吸收空氣中的水分而導致本身電阻值發生變化這一原理而製成的，常用作濕度檢測元件。

☞ 氣敏電阻

氣敏電阻是利用金屬氧化物半導體表面吸收某種氣體分子時，會發生氧化反應或還原反應而使電阻值改變的特性製成的電阻器。

☞ 壓敏電阻

壓敏電阻是利用半導體材料製成的，其電阻值可依外加電壓而變化。

☞ 磁敏電阻

磁敏電阻是利用半導體的磁阻效應製造的，電阻值可隨磁力大小而變。

☞ 力敏電阻

力敏電阻器利用壓力電阻效應製成，是一種阻值隨壓力變化而變化的電阻器。

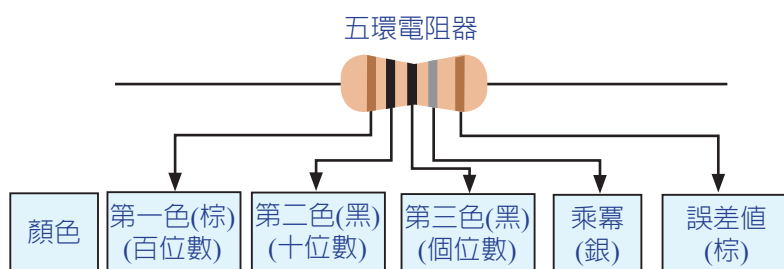
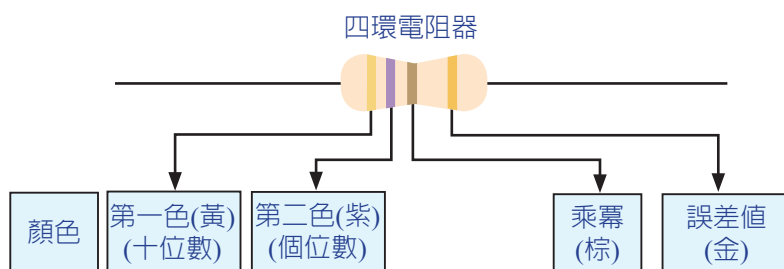
電阻值的標示

常見的電阻值的標示有色碼標示與數字標示，分別說明如下：

☞ 色碼標示

色碼標示又分為四環標示，如圖 2-2e 與五環標示，如圖 2-2f。第一，兩者使用相同色環，如圖 2-2g，只是五環標示多一個有效值，所以其精密

度比較高。第二，不管是四環或五環，環與環的間隙，都有一個間隙比較寬，請將此間隙放在最右邊，此間隙右邊的環代表誤差值；第三，四環的前兩碼，分別代表十位數與個位數，第四，五環電阻前三碼，分別代表百位數、十位數與個位數；間隙較大左邊一環則代表 10 的乘幂（也就是後面加零的個數）。



黑	0	0	0	10^0	
棕	1	1	1	10^1	±1%
紅	2	2	2	10^2	±2%
橙	3	3	3	10^3	
黃	4	4	4	10^4	
綠	5	5	5	10^5	±0.5%
藍	6	6	6	10^6	±0.25%
紫	7	7	7	10^7	±0.10%
灰	8	8	8		±0.05%
白	9	9	9		
金				10^{-1}	±5%
銀				10^{-2}	±10%
無					±20%

圖 2-2g 色碼與數字對照表

範例2-2a

如圖 2-2e 所示，請寫出電阻的電阻值與可能範圍。

操作步驟

1. 將電阻橫放。
2. 此為四環電阻。
3. 將間隙較寬的放在右邊，色環顏色分別是黃、紫、棕、金。
4. 第 1 環是黃色，其值是 4；第 2 環是紫色，其值是 7；第 3 環是棕，表示 10^1 ，所以電阻值是 $47 \times 10^1 = 470\Omega$ 。
5. 第 4 環是金，表示誤差值是 $\pm 5\%$ 。所以表示此電阻值可能落在 $470 \pm (470 \times 0.05) = 470 \pm 23.5 = 446.5\Omega \sim 493.5\Omega$ 之間。

自我練習

1. 請寫出以下色碼的電阻值與誤差。

題號	色碼	電阻值	誤差
1	棕黑紅金		
2	黃紫藍銀		
3	橙白黑棕		
4	棕黑金無		

2. 請任意拿出 5 個四環電阻，寫出其顏色、電阻值、誤差百分比與電阻可能範圍。

範例2-2b

如圖 2-2f 所示，請寫出電阻的電阻值與可能範圍。

操作步驟

1. 將電阻橫放。
2. 此為五環電阻。
3. 將間隙較寬的放在右邊，色環顏色分別是棕、黑、黑、銀、棕。

- 第 1 環是棕色，其值是 1；第 2 環是黑色，其值是 0；第 3 環是黑色，其值是 0；第四環是銀色表示乘以 0.01，所以電阻值是 $100 \times 0.01 = 1\Omega$ 。
- 第 5 環是棕色，表示誤差值是 $\pm 1\%$ 。所以表示此電阻值可能落在 $1 \pm 0.01 = 0.99\Omega \sim 1.01\Omega$ 之間。

自我練習

- 請寫出以下色碼的電阻值與誤差。

題號	色碼	電阻值	誤差
1	棕黑白紅金		
2	黃紫灰藍銀		
3	橙白綠黑棕		
4	棕黑黃金金		
5	紅黑黑銀無		

- 請任意拿出 5 個五環電阻，寫出其顏色、電阻值、誤差百分比與電阻可能範圍。

數字標示

數字的標示也有兩種，分別是直接標示與數字標示，如圖 2-2a 的「2K」與圖 2-2b 的「10K」則為直接標示。圖 2-2c 則為數字標示，103 的第一個數字所代表的是電阻值的十位數，第二個數字代表電阻值的個位數，最後一個數字所代表的是十的乘冪，也就是數字後面加零的個數，所以 103 的數值代表其電阻值為 $10000\Omega = 10k\Omega$ 。

自我練習

- 某一可變電阻標示 202，請問其電阻值。
- 如圖 (1) 所示電路，五色碼電阻色環依序讀取為「棕棕黑橙綠」，安培計 (A) 的讀值約為何？ 統測 111
(A) 1A (B) 100mA
(C) 1mA (D) 0.01mA

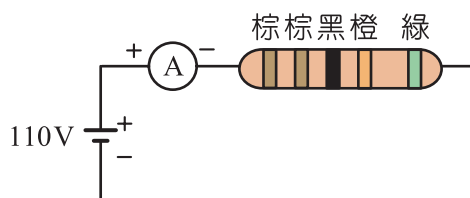


圖 (1)

2-3 歐姆定律

西元 1826 年德國物理學家歐姆 (George Simon Ohm)，在相同的溫度下進行電路實驗發現：

第 1：電阻不變時，所加電壓愈大，所產生的電流愈大，也就是 I 與 V 成正比。

第 2：外加電壓不變時，負載電阻愈大，所產生之電流愈小，也就是 I 與 R 成反比。

依照以上實驗，歸納出同一電路裡的電壓 V 、電流 I 與電阻 R 之關係如下：

$$I = \frac{V}{R} \quad (\text{安培, A})$$

(公式2-4)

以上電壓 V 單位是伏特，以符號 V 表示，電阻 R 單位是歐姆，以符號 Ω 表示，電流 I 單位是安培，以符號 A 表示，此稱為歐姆定律 (Ohm's law)。

範例2-3a

如圖 (1) 所示，若 $V=9V$ ，則 $I=?$

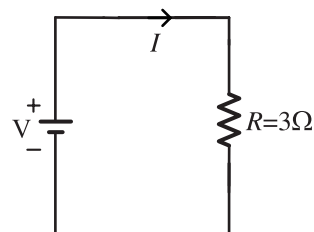


圖 (1)

解

依據歐姆定律 $I = \frac{V}{R} = \frac{9}{3} = 3A$ 。

自我練習

1. 如圖 (2) 所示，若流過電阻的電流 $I=2mA$ ，則 $V=?$

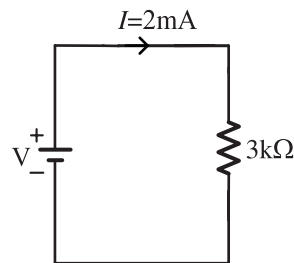


圖 (2)

2. 將一個五環色碼電阻串接直流安培計，再串接於 12.4V 之直流電壓源，安培計讀值為 20mA，此色碼電阻的色環依序（第一環至第五環）可能為何？

統測 112

(A) 藍紅黑棕棕 (B) 藍灰黑金棕 (C) 藍紅黑黑棕 (D) 藍紫黑銀棕

範例2-3b

電路如圖 (1) 所示，求流經電阻的電流 $I = ?$

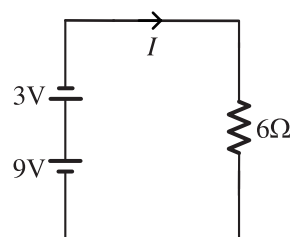


圖 (1)

解

將 9V 的負極 a 點當作接地點，如圖 (2)，則

$$V_a = 0, V_b = 9V, V_c = 6V$$

$$\text{所以 } I = \frac{V_c}{R} = \frac{6}{6} = 1A$$

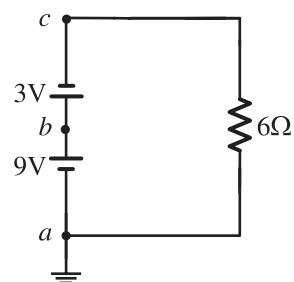


圖 (2)

自我練習

1. 如圖 (3) 求流經 4Ω 的電流？方向是順時針或逆時針？

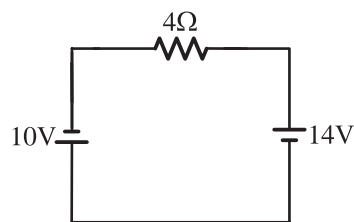


圖 (3)

範例2-3c

如圖 (1) 所示，求流經各電阻的電流與方向。

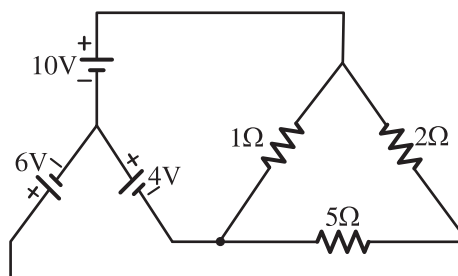


圖 (1)

解

1. 指派接地點位置，本例指派 a 點接地，如圖 (2)。
2. 標示各電阻交會點的名稱，如圖 (2)。
3. 標示各電阻的電流方向，如圖 (2)。(若求出之電流為負，代表方向與當初假設的方向相反)

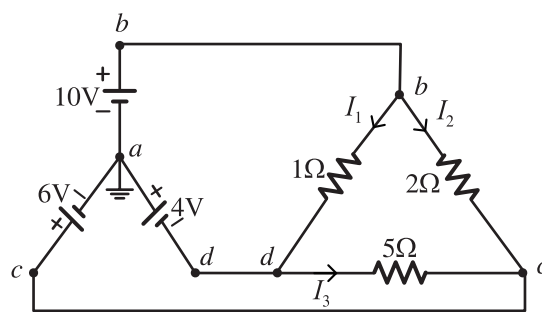


圖 (2)

4. $V_a = 0$, $V_b = 10$, $V_c = 6V$, $V_d = -4V$
5. $V_{bd} = V_b - V_d = 10 - (-4) = 14V$, 所以 $I_1 = \frac{14}{1} = 14A$ (方向向下)
6. $V_{bc} = V_b - V_c = 10 - 6 = 4V$, 所以 $I_2 = \frac{4}{2} = 2A$ (方向向下)
7. $V_{dc} = V_d - V_c = -4 - 6 = -10V$, 所以 $I_3 = \frac{-10}{5} = -2A$ (方向向左)

自我練習

1. 電路如圖 (3)，求 I_1 、 I_2 、 I_3 的大小與方向。

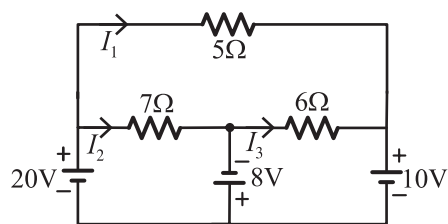


圖 (3)

功率與歐姆定律

前面在單元 1-5 節與單元 1-6 節中我們定義電能（符號 W ）是將一電荷（符號 Q ）於一個電位差（符號 V ）移動所做的功：

$$W = Q \times V \text{ (焦耳, J)}$$

功率（符號 P ）則是單位時間所做的功：

$$P = \frac{W}{t} \text{ (瓦特, W)}$$

將 W 代入，且電流 $I = Q/t$ ，所以：

$$P = Q \times V / t = IV$$

得到電路元件的功率是其端電壓與流過電流的乘積。現在歐姆定律是 $V=IR$ ，所以功率共有 3 個公式如下：

$$P = IV = I^2 R = \frac{V^2}{R} \quad (\text{瓦特, W}) \quad (\text{公式2-5})$$

所以看到功率，就要很快寫出以上公式，然後再看題目提供哪些已知資料，決定使用那一個公式，請看以下範例說明。

範例2-3d

請計算標示端電壓 200V，功率 40W 的燈泡所流過的電流與內部電阻 R 。

解

1. 看到功率，就寫出功率的 3 個計算公式如下：

$$P = IV = I^2 R = \frac{V^2}{R}$$

2. 題目給功率與端電壓，所以 $P=IV \Rightarrow 40=I \cdot 200 \Rightarrow I=0.2\text{A}$ 。
3. 再由歐姆定律 $V=IR \Rightarrow 200=0.2 \cdot R \Rightarrow R=1000\Omega=1\text{k}\Omega$ 。

自我練習

1. 同範例 2-3d，若將此燈泡接上 100V 的電壓，請問流過的電流是多少？功率是多少？

範例2-3e

有一電熱絲的電阻是 50Ω ，請問插入 100V 的電源，其功率是多少？電流是多少？

解

1. 看到功率，就寫出功率的 3 個公式如下：

$$P = IV = I^2 R = \frac{V^2}{R}$$

2. 現在已知 R 與 V ，所以 $P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow P = \frac{100^2}{50} = 200\text{W}$ 。
3. 再由歐姆定律 $I = \frac{V}{R} = \frac{100}{50} = 2\text{A}$ 。

自我練習

1. 同範例 2-3e，若將此電熱絲剪掉 $1/5$ ，且改插入 40V 的電源。請問其功率與電流是多少？
2. 間接加熱型煮飯用電鍋，其單相電源電壓有效值為 110V ，煮飯用電熱線的功率為 800W ，保溫用電熱線的功率為 40W ，下列敘述何者正確？

統測 111

- (A) 煮飯用電熱線的電阻值大於保溫用電熱線的電阻值
- (B) 煮飯用電熱線的電阻值等於保溫用電熱線的電阻值
- (C) 煮飯時量測電源電流有效值約為 3.6 A
- (D) 保溫時量測電源電流有效值約為 0.36 A

2-4 電阻溫度係數

於前面 2-3 節，我們已經談到有電壓就有電流，這節我們要探討，有電流通過，導體溫度就會改變，溫度的改變，也會影響電流的流動，所以電阻值也改變了。本節希望建立一個模式，探討溫度的變化對電阻值的影響。若溫度上升，電阻值隨之增加，稱此物質具有正溫度係數 (positive temperature coefficient, PTC)，一般為金屬材料，如圖 2-4a。若溫度上升，電阻值隨之減少，稱此物質具有負溫度係數 (negative temperature coefficient, NTC)，一般為半導體或絕緣體，如圖 2-4a。

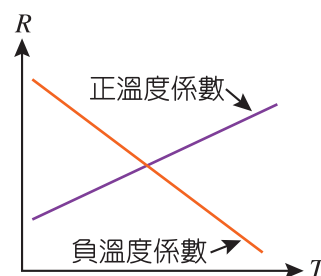


圖 2-4a 電阻值隨溫度變化曲線圖

以金屬導體為例，溫度下降時，電阻也隨之下降，溫度在中間，其電阻變化是接近線性（直線）的，而該範圍之外則非線性，如圖 2-4b，因為中間溫度是接近線性的，我們就利用相似三角形等比的觀念，建立一個模型，可以推測所有溫度的電阻值。

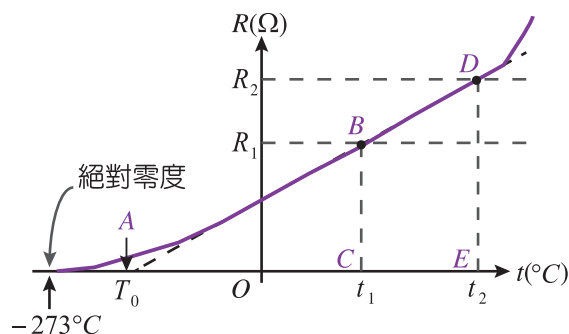


圖 2-4b 正溫度係數的 R-t 關係曲線

於圖 2-4b，若溫度一直下降，於絕對溫度 -273°C 時，所有導體的電阻將會為零，此溫度稱為絕對溫度 (absolute temperature)。為了方便我們概略計算每種導體溫度變化時電阻值的變化，我們就假設其為直線，當此直線與零電阻交會的溫度，我們稱此溫度為推論絕對溫度 T_0 (inferred absolute temperature)。每一導體的推論絕對溫度都不同，如表 2-4a，以銅為論，其值是 -234.5°C ，這樣我們就可以使用相似三角形概估任意溫度的電阻。例

如，於圖 2-4b，溫度 t_2 (E 點) 時電阻 R_2 (D 點)，溫度 t_1 (C 點) 時，電阻 R_1 (B 點)，以 DB 兩點畫直線，將會交 x 軸於 A 點，此點即為 T_0 ，此時 $\triangle ABC$ 與 $\triangle ADE$ 相似，相似三角形邊長成正比，所以

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AE}}$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{|T_0| + t_1}{|T_0| + t_2}$$

(公式2-6)

利用以上公式，只要我們知道 t_1 溫度是 R_1 ，就可以推測任何溫度 t_2 的電阻值 R_2 ，請看以下範例說明。

► 表 2-4a 常用金屬導體的絕對溫度 (T_0) 值

材料	金	銀	鋁	軟銅	鎢	鐵	鎳
絕對溫度 (T_0)	-273°C	-243°C	-236°C	-234.5°C	-204°C	-180°C	-147°C

範例2-4a

銅的推論絕對溫度是 -234.5°C ，溫度 15.5°C 的銅線圈馬達電阻是 30Ω ，運轉後溫度是 65.5°C ，請問其電阻值是多少。

解

1. 銅是正溫度係數，溫度越高，電阻愈大，且其推論絕對溫度是 -234.5°C ，所以以溫度 t 為 x 軸，電阻 R 為 y 軸，繪出 R - t 圖，如圖 (1)，依據相似三角形定理，其對應邊長成正比。

2. 因為 $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ ，所以：

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{AE}} \Rightarrow \frac{30}{234.5 + 15.5} = \frac{R}{234.5 + 65.5}$$

化簡得到 $R = 36\Omega$

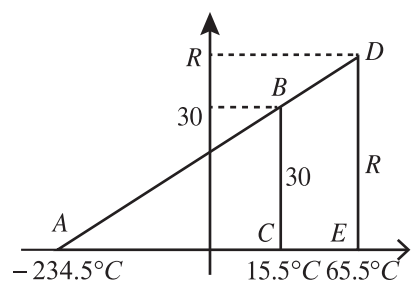


圖 (1)

自我練習

1. 銀的推論絕對溫度是 -243°C ，某一銀於溫度 57°C 時 12Ω ，求當溫度是 -43°C 時的電阻。

電阻溫度係數(temperature coefficient of resistance)

前面使用推論絕對溫度計算未知溫度的電阻，每次還要畫相似三角形，這樣有點費時。爲了方便工程師計算任意溫度的電阻，所以定義電阻溫度係數，電阻溫度係數的定義如下：該物質「溫度每升高 1 度所增加的電阻值」與「該溫度電阻值」的比值，符號是 α ，單位是「 $^{\circ}\text{C}^{-1}$ 」。例如，銅 15.5°C 時電阻是 10Ω ， 65.5°C 時是 70Ω ，則其 15.5°C 的電阻溫度係數是

$$\alpha_{15.5} = \frac{R_2 - R_1}{R_1} = \frac{70 - 10}{10} = \frac{60}{10} = 0.12^{\circ}\text{C}^{-1} \quad \text{(公式2-7)}$$

工程師通常把常溫（本例爲 t_1 ）的電阻溫度係數先計算好，當機器運轉後的每個溫度 t_2 就可以代入以下公式，預知電阻 R_2 的變化。

$$\alpha_{t_1} = \frac{R_2 - R_1}{R_1} \Rightarrow \frac{R_2 - R_1}{t_2 - t_1} = \alpha_{t_1} \cdot R_1 \Rightarrow R_2 = R_1[1 + \alpha_{t_1}(t_2 - t_1)] \quad \text{(公式2-8)}$$

範例2-4b

若銀 20°C 時的電阻是 30Ω ， 60°C 時的電阻是 31Ω ，求銀 20°C 的電阻溫度係數。

解

依照電阻溫度係數的定義寫出公式。

$$\alpha_{20} = \frac{R_2 - R_1}{R_1} = \frac{31 - 30}{30} = \frac{1}{30} \div 0.00083^{\circ}\text{C}^{-1}$$

自我練習

1. 同範例 2-4b，試求銀 60°C 的電阻溫度係數是多少？

2. 有一電阻器在 30°C 時其電阻值為 3Ω ，在 150°C 時其電阻值為 6Ω ，則此電阻器在 30°C 時之溫度係數為何？ 統測 110
- (A) $(1/120)^{\circ}\text{C}^{-1}$ (B) $(1/90)^{\circ}\text{C}^{-1}$ (C) $(1/60)^{\circ}\text{C}^{-1}$ (D) $(1/30)^{\circ}\text{C}^{-1}$
3. 用於室內配線之銅導線，在室溫 $t_1^{\circ}\text{C}$ 下，長為 ℓ 米、直徑為 D 毫米、電阻係數為 $\rho\Omega\cdot\text{m}$ 、推論絕對溫度為 -234.5°C ，下列敘述何者正確？

統測 109

- (A) 其等效電阻值為 $\frac{4\rho\ell}{\pi D^2}\Omega$
- (B) 若導線被剪掉四分之一長度，則其等效電阻值變為 $\frac{\rho\ell}{\pi D^2}\text{k}\Omega$
- (C) 若導線被均勻拉長為原來的 N 倍（體積不變）則其等效電阻值變為 $\frac{N^3\rho\ell}{\pi D^2}\text{k}\Omega$
- (D) 若室溫上升為 $t_2^{\circ}\text{C}$ 則其等效電阻值變為 $\frac{4\rho\ell(1+\frac{t_2}{234.5})}{\pi D^2(1+\frac{t_1}{234.5})}\text{M}\Omega$

範例2-4c

若銅 20°C 時的電阻溫度係數是 $0.004^{\circ}\text{C}^{-1}$ ，電阻是 10Ω 。
求銅 60°C 時的電阻？

解

1. 依照電阻溫度係數的定義，寫出公式如下：

$$\alpha_{20} = \frac{R_2 - R_1}{R_1} = 0.004 \Rightarrow \frac{R_2 - 10}{10} = 0.004 \Rightarrow R_2 = 11.6\Omega$$

2. 也可以依照公式 $R_2 = R_1[1 + \alpha_{t_1}(t_2 - t_1)] = 10[1 + 0.004(60 - 20)] = 11.6\Omega$ 。

自我練習

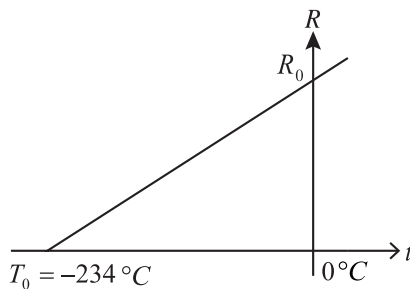
1. 同範例 2-4c，求銅 -10°C 時的電阻？

範例2-4d

銅的推論絕對溫度 T_0 是 -234°C ，試求其 0°C 時的電阻溫度係數 $\alpha_0 = ?$

解

求 0°C 的電阻溫度係數， t_1 取 0°C ， 0°C 的電阻 R_0 ， t_2 則取 T_0 ， T_0 的電阻為 0，所以



$$\alpha_0 = \frac{\frac{R_2 - R_0}{t_2 - t_1}}{\frac{0 - R_0}{T_0 - 0}} = \frac{\frac{0 - R_0}{T_0 - 0}}{\frac{-1}{R_0}} = \frac{-1}{T_0} = \frac{1}{|T_0|} = \frac{1}{234} \doteq 0.0043^\circ\text{C}^{-1}$$

(公式2-9)

(請留意 T_0 是負值)

補充說明

由本範例可知，只要有該材料推論絕對溫度，就可以得到電阻溫度係數。

自我練習

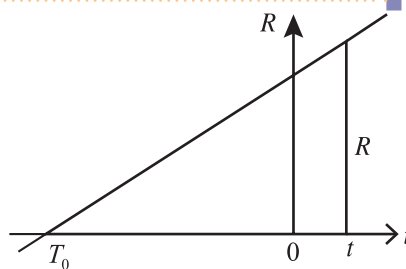
1. 若銀的推論絕對溫度是 -243°C ，求銀 0°C 的電阻溫度係數 $\alpha_0 = ?$

範例2-4e

續範例 2-4d，若銅 0°C 的電阻溫度係數為 α_0 ，求任意溫度 t 的電阻溫度係數 α_t 與 α_0 的關係？

解

1. 本例求 $t^\circ\text{C}$ 的電阻溫度係數， t_1 取 $t^\circ\text{C}$ ， $t^\circ\text{C}$ 時的電阻 R ； t_2 則取 T_0 ， T_0 的電阻為 0。



$$\alpha_t = \frac{\frac{R_2 - R_1}{t_2 - t_1}}{\frac{0 - R}{T_0 - t}} = \frac{\frac{-1}{R}}{\frac{-1}{T_0 - t}} = \frac{1}{|T_0| + t}$$

(公式2-10)

(請留意 T_0 是負值)

2. 由範例 2-4d，求得 $|T_0| = \frac{1}{\alpha_0}$ 代入，

$$\text{得到 } \alpha_t = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_0} + t}$$

(公式2-11)

補充說明

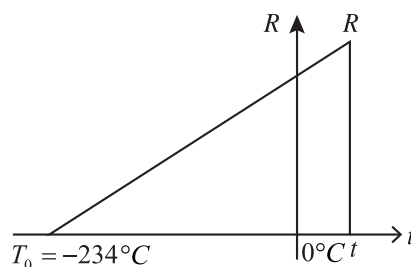
由本範例可知，只要有零度電阻溫度係數，就可計算任何溫度的電阻溫度係數。

範例2-4f

續範例 2-4e，若銅的 0°C 電阻溫度係數 $\alpha_0 = 0.004^\circ\text{C}^{-1}$ ，求銅 20°C 的電阻溫度係數？

解

$$\text{由 } \alpha_t = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_0} + t} \text{ 得到 } \alpha_{20} = \frac{1}{\frac{1}{0.004} + 20} \div 0.0037^\circ\text{C}^{-1}$$



自我練習

- 同範例 2-4f，求銅 -30°C 的電阻溫度係數？
- 若銀的 $T_0 = -243^\circ\text{C}$ ：
 - 求銀 0°C 的電阻溫度係數？
 - 求銀 40°C 的電阻溫度係數？
 - 求銀 -20°C 的電阻溫度係數？
- 若銀的 $T_0 = -243^\circ\text{C}$ ，有一銀製線圈，於機器還沒運轉的溫度 10°C 時，電阻是 $20\ \Omega$ ，請建立一個公式，可以得到任意溫度的電阻值。

2-5 焦耳定理

電流通過電阻時，電子在移動時會受到電阻阻力，會將部分電能轉換為熱能，這種現象稱為電流的熱效應。英國物理學家焦耳 (James Prescott Joule) 對電流的熱效應做了兩項實驗：

實驗一：將相同的電流，通過不同材質的導體，發現電阻較大的導體會產生較高的熱量，且通過電流的時間愈長會產生較高的熱量，即熱量與電阻及時間成正比。

實驗二：將相同的導體，通過不同的電流，發現通過的電流愈大，產生的熱量愈高，即熱量與電流的平方成正比。

綜合上述兩項實驗，得到焦耳定律 (Joule's law) 如下：電流通過導體產生的熱量 (H) 與電流的平方 (I^2)、導體的電阻 (R) 及通過的時間 (t) 成正比，以上實驗得到數學式為：

$$H = KI^2Rt \quad (\text{J})$$

(公式2-12)

以上 I 的單位符號是 A， R 的單位符號是 Ω ， t 的單位是 s， K 為比例常數， $K = 1$ 時，熱量單位為焦耳 (J)。焦耳為能量的單位，而熱量的單位為卡 (cal)， $1\text{J} = 0.24 \text{ cal}$ ，所以以上公式也可以寫成：

$$H = 0.24I^2Rt \quad (\text{卡, cal})$$

(公式2-13)

我們在國中已經學過，欲使質量為 m 的物質， s 為該物質比熱，上升 T 度所需熱量是

$$H = msT \quad (\text{卡, cal})$$

(公式2-14)

以上 m 的單位是 g， s 為比熱，水的比熱是 1， T 的單位是 $^{\circ}\text{C}$ ， H 的單位是 cal。透過以上公式，就可以計算電能與熱能的轉換，請看以下範例說明。

範例2-5a

一電阻 10Ω ，通過 2 安培電流，經過 20 秒時產生的熱量約為多少焦耳？多少卡？

解

1. 依照焦耳定律 $H = I^2 R t = 2^2 \times 10 \times 20 = 800\text{J}$ （焦耳）。
2. $1\text{焦耳} = 0.24\text{卡}$ ，所以 $800\text{J} = 0.24 \cdot 800\text{卡} = 192\text{卡}$ 。

自我練習

1. 有一電熱器，插入 110V 的電源，其電流是 1A，經過 10 秒後，共產生多少焦耳？多少卡？的熱量。

範例2-5b

有一電熱絲 100Ω ，通過 2 安培的電流，欲使 100 克的水上升 30°C ，需多少時間？

解

1. 依據焦耳定律 $H = 0.24 I^2 R t = 0.24 \times 2^2 \times 100 \times t = 96t(\text{cal})$ 。
2. 依據比熱定義，所需熱量 $H = msT = 100 \times 1 \times 30 = 3000(\text{cal})$ 。
3. 以上熱量由電熱絲電能提供，所以 $96t = 3000$ ， $t = 31.2\text{秒}$ 。

自我練習

1. 有一電熱絲 200Ω ，通過 2 安培的電流，對 20°C ，2000 克的水加熱 10 分鐘，則水溫上升到多少度？
2. 有一內裝 10 公升水之電熱水器，額定規格為 100V/10A，水溫為 10°C ，若以額定送電加熱 60 分鐘後，則水溫變為幾 $^\circ\text{C}$ 和消耗多少度電？

統測 108

- (A) 96.4°C ，1度電 (B) 96.4°C ，5 度電
(C) 86.4°C ，5度電 (D) 86.4°C ，1 度電

2-6 本章內容摘要

1. 電阻定律：

$R = \rho \frac{\ell}{A}$ 電阻 R 單位是 Ω （歐姆， Ω ；長度 ℓ 單位是公尺，截面積 A 單位是平方公尺；電阻率 ρ 單位為歐姆·公尺）。

2. 歐姆定律：

$I = \frac{V}{R}$ （安培，A；電壓 V 單位符號是 V；電阻 R 單位符號是 Ω ）。

3. 功率與歐姆定律

$P = IV = I^2 R = \frac{V^2}{R}$ （瓦特，W）

4. 電阻溫度係數的定義如下：該物質「溫度每升高 1 度所增加的電阻值」與「該溫度電阻值」的比值，符號是 α ，單位是「 $^{\circ}\text{C}^{-1}$ 」

$$\alpha_{t_1} = \frac{\frac{R_2 - R_1}{R_1}}{t_2 - t_1} \Rightarrow R_2 = R_1[1 + \alpha_{t_1}(t_2 - t_1)]$$

5. 焦耳定律 (Joule's law) 如下：

$H = K I^2 R t$ （ I 的單位符號是 A， R 的單位符號是 Ω ， t 的單位符號是 s， $K=1$ 時，熱量單位符號為 J， $K=0.24$ 時，熱量單位符號是 cal）

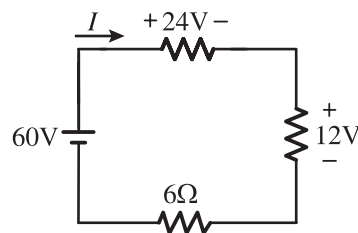
6. 電能轉熱能公式

$H = msT$ （ m 的單位符號是 g， s 為比熱，水的比熱是 1， T 的單位符號是 $^{\circ}\text{C}$ ， H 的單位符號是 cal）

2-7 課後習題

選擇題

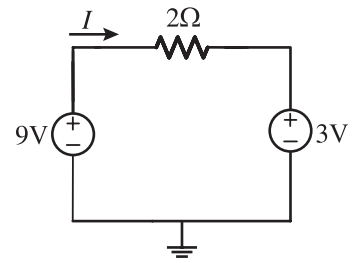
1. 某加熱棒電阻為 10Ω ，接於 AC110V 電源，若要使 1210 公克 26°C 的水加熱到 50°C ，在不考慮任何損失的情況之下，需要加熱多少時間？ 台水 108
(A) 100 秒 (B) 120 秒 (C) 150 秒 (D) 200 秒
2. 小明家裡有一部效率為 90%，900W 之抽水馬達，每天平均運轉 5 小時，一個月平均運轉 20 個工作天，若每度電費為 2 元，則每個月馬達損失功率浪費電費為多少元？ 台水 108
(A) 10 元 (B) 20 元 (C) 30 元 (D) 40 元
3. 有甲、乙兩導體以相同材料製成，導體甲的長度為乙的 2 倍，導體甲的截面積為乙的 3 倍，若導體甲的電阻為 60Ω ，則導體乙的電阻為何？ 台水 108
(A) 10Ω (B) 40Ω (C) 90Ω (D) 360Ω
4. 某一個電阻流過電流為 500 毫安培時，電阻上之電壓為 20 伏特，當電阻流過電流為 5 安培時，電阻上之電壓為何？ 台水 108
(A) 20V (B) 100V (C) 120V (D) 200V
5. 一色碼電阻，若此電阻器色碼依序為綠、橙、紅、銀，則該電阻器之電阻值大小為何？ 台水 108
(A) $630\Omega \pm 5\%$ (B) $630\Omega \pm 10\%$ (C) $530\Omega \pm 5\%$ (D) $5300\Omega \pm 10\%$
6. 今有兩條材料完全相同的導線，若 A 導線長度與線徑皆為 B 導線的一半，則 A 導線電阻應為 B 導線電阻之幾倍？ 台水 110
(A) 0.5 (B) 1 (C) 2 (D) 4
7. 有關導線的電阻值特性，下列敘述何者正確？（複選題） 台水 110
(A) 導線的電阻與電阻係數成正比 (B) 導線的電阻隨溫度增加而減少
(C) 導線的電阻與長度成正比 (D) 導線的電阻與截面積成反比
8. 如右圖所示電路， $I = ?$ 台水 106
(A) 4A (B) 3A (C) 2A (D) 1A



9. 某色碼電阻由左至右依序為紅紅紅金，請問下列選項中何者為可能之電阻值？ 台水 106
(A) 2380 Ω (B) 2125 Ω (C) 1990 Ω (D) 1825 Ω
10. 一四環式色碼電阻顏色依序為棕黑紅銀，另一電阻顏色依序為紅黑紅銀，若將此兩電阻串聯後，則其等效電阻可能為下列何者？ 鐵路 112
(A) 2.0M Ω (B) 3.0M Ω (C) 2.0k Ω (D) 3.0k Ω
11. 在室溫下，下列那一個材料的電阻溫度係數是負值？ 鐵路 112
(A) 銀 (B) 鎢 (C) 鋁 (D) 矽
12. 假設銅線之電阻係數為 1.8×10^{-8} 歐姆·公尺 ($\Omega \cdot m$)，長為 100 公分，截面積為 9 平方毫米，則此銅線電阻為何？ 鐵路 112
(A) 0.001 Ω (B) 0.002 Ω (C) 0.01 Ω (D) 0.02 Ω
13. 電阻值為 $3.6 M\Omega \pm 5\%$ 的電阻器，其四環色碼如何表示？ 112 初等考
(A) 紅紫綠金 (B) 橙藍綠金 (C) 紅藍綠金 (D) 橙紫綠銀
14. 使 10 公克水的溫度升高 $1^\circ C$ ，其所需的電能為多少焦耳？ 112 初等考
(A) 42 (B) 4.2 (C) 2.4 (D) 0.24
15. 有一電阻流過 2 安培電流，經過 30 秒總共消耗 7200 焦耳，此電阻所跨電壓為多少伏特？ 112 初等考
(A) 100 (B) 120 (C) 240 (D) 3600
16. 電阻的電導為 0.2 姆歐，當該電阻兩端的電壓為 30 伏特時，流過此電阻的電流為何？ 112 特考
(A) 2 安培 (B) 4 安培 (C) 6 安培 (D) 8 安培
17. 某材料在 $0^\circ C$ 時之電阻溫度係數為 $0.005^\circ C^{-1}$ ，則該材料的推論絕對溫度 (inferred absolute temperature) 為何？ 112 特等考
(A) $-100^\circ C$ (B) $-150^\circ C$ (C) $-200^\circ C$ (D) $-250^\circ C$
18. 在室溫的範圍下，當溫度升高，下列何種材料的電阻值會下降？ 112 特等考
(A) 金 (B) 銅 (C) 銅鎳合金 (D) 矽鍺半導體
19. 0.1mA 的電流流經色碼為棕、紅、黃的電阻，則電阻所受到的電壓為何？
(A) 9V (B) 10V (C) 11V (D) 12V

20. 如右圖所示，求電流 I 為何？ 111 鐵路

- (A) 3 安培
- (B) -3 安培
- (C) 6 安培
- (D) -6 安培



素養觀念題

- 請比較猴子兩腳同時走在 110V 的火線與一隻腳踩火線，另一隻腳踩中性線的差別？
- 請問水電工修理線路時，穿絕緣鞋與赤腳的差別在哪裡？
- 目前新型冰箱、洗衣機都是使用三線式電源插頭，請問與傳統兩線式插頭的差別？
- 請問洗衣機的電源線的火線若被老鼠咬破，導致裸落的火線碰觸洗衣機外殼，請比較洗衣機外殼是否接地的差別。
- 拔插頭時，請問手要按住插頭，還是按住插頭後面的電線，其差別在哪裡？
- 小明在家想實驗歐姆定律，就拿 9V 電池接 10Ω 電阻，請問是否能驗證歐姆定律？
- 電路如圖 (1)，要驗證歐姆定律，老師建議電路焊接如圖 (2)（圖中黑線代表電路板下面有銅線連接），請問電源該如何輸入，電流該如何測量？

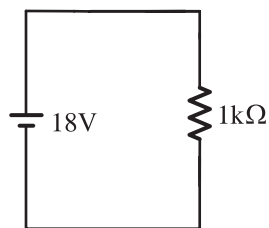


圖 (1)



圖 (2)

MEMO



串並聯電路

學習大綱

- 3-1 電路型態及其特性
- 3-2 電壓源及電流源
- 3-3 克希荷夫電壓定
- 3-4 克希荷夫電流定律
- 3-5 惠斯登電橋
- 3-6 Y- Δ 互換
- 3-7 本章內容摘要
- 3-8 課後習題

學習目標

- 1. 使學生瞭解電路型態及其特性
- 2. 使學生瞭解電壓源、電流源與互換
- 3. 能使用克希荷夫電壓定律計算電壓與電流
- 3. 能使用克希荷夫電流定律計算電壓與電流
- 3. 能瞭解惠斯登電橋原理，計算電壓與電流
- 3. 學生能使用 Y- Δ 互換，計算電壓與電流

3-1 電路型態及其特性

前面第二章已經介紹電壓、電流及可以計算一個電阻電流的歐姆定律，如圖 3-1a，本章開始則要進入簡單兩個電阻以上的串並聯電路。

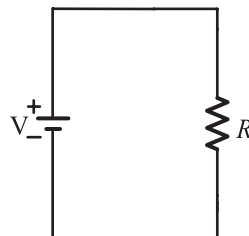


圖 3-1a 單一元件

電路型態

兩個以上的電阻的連結可以是串聯，如圖 3-1b，或並聯，如圖 3-1c。串聯是指所有元件循序頭尾魚貫連接，電流從一個元件流出、再流入另一元件。並聯是指所有元件共用輸入點與共用輸出點。串聯通常以 (+) 符號表示，並聯通常以 (//) 符號表示。例如，圖 3-1b 串聯總電阻是 $(R_1 + R_2)$ ；圖 3-1c 並聯總電阻是 $(R_1 // R_2)$ ，以上電阻的計算將會在 3-2 與 3-3 節介紹。

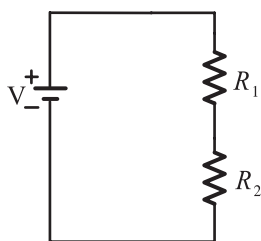


圖 3-1b 串聯電路

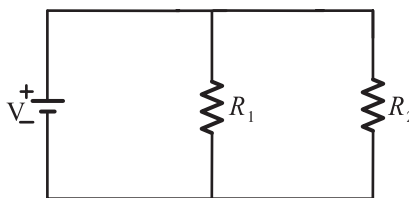


圖 3-1c 並聯電路

串聯電路的特性

串聯電路的特性如下：

- (1) 串聯電路各元件的電壓降之和，等於所有元件之電壓升總和。此為克希荷夫電壓定律，將會在 3-2 節介紹。
- (2) 串聯總電阻等於所有串聯電阻之和： $R_T = R_1 + R_2 + R_3 \cdots + R_N$ 。
- (3) 串聯的所有元件電流都相同。
- (4) 電阻值越大，其端電壓越大，此即為電壓分配定則。
- (5) 元件位置互換，以上所有性質不變。
- (6) 任一元件斷路，則所有元件都沒有電流。

以上特性，將會在 3-2 節克希荷夫電壓定律介紹。

並聯電路特性

並聯電路特性如下：

- (1) 並聯電路各元件的電壓降都相同。
- (2) 並聯總電阻等於所有並聯電阻倒數之和再倒數： $R_T = 1 / (1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3 \cdots + 1/R_N)$ 。
- (3) 並聯的所有元件流入的電流等於流出的電流之和 $I_T = I_1 + I_2 + I_3 \cdots + I_N$ 。
- (4) 電阻值越大，流過的電流越小，此為電流分配定則。
- (5) 任一元件斷路，其它元件都可正常運作，家用電器都是並聯連接，所以任意電器故障，其它電器都是正常運作。

以上特性，將會在 3-3 節克希荷夫電流定律介紹。以下介紹一些電路基本名詞。

封閉迴路

前面的圖 3-1a、3-1b 都稱為封閉迴路，且只有一個封閉迴路，電流從電源正端出發，經由負載電阻，最後回到電池負端，此稱為封閉迴路。圖 3-1d 則有三個封閉迴路，分別是 loop1、loop2、loop3。（封閉迴路的應用，將會在 4-2 節介紹）

網目(mesh)

迴路內無其它迴路者稱為網目，如圖 3-1d 的 loop1、loop2 內無封閉迴路，所以又稱為網目。（網目的應用，將會在 4-2 節介紹）

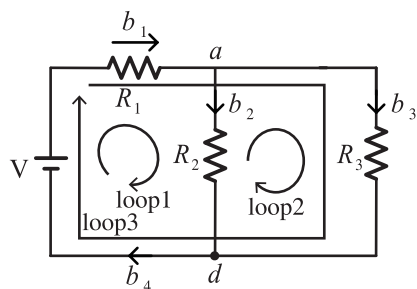


圖 3-1d 節點、分支及迴路

斷路(breaking)或開路(open circuit)

如圖 3-1e 的三個 R_2 稱為斷路或開路， R_2 均無電流。

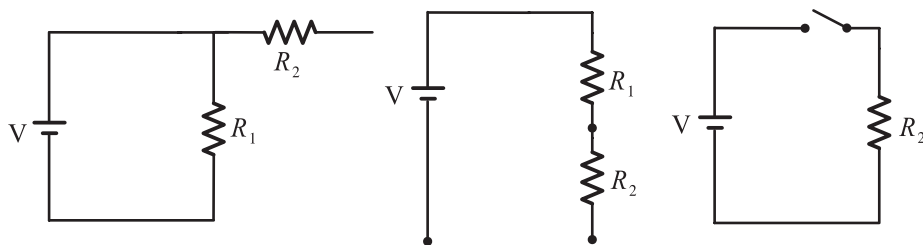


圖 3-1e 斷路或開路

⚡ 短路(short circuit)

如圖 3-1f 的兩個 R_1 稱為被短路，被短路的電阻不會有電流流過。電器的機殼都有接地線，如圖 3-1g，當機殼漏電（有可能機器碰撞或動物咬破火線，造成機殼接觸火線，此稱為漏電），當使用者碰觸機殼時才不會觸電（使用者有阻抗，就如同圖 3-1f 的 R_1 ，接地線就如圖 R_1 旁邊的導線，導線電阻遠低於 R_1 ，所以使用者不會有電流通過。

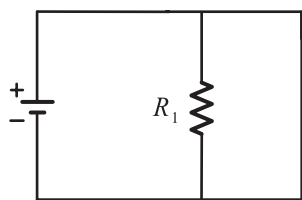


圖 3-1f 短路

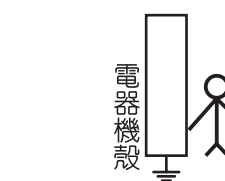
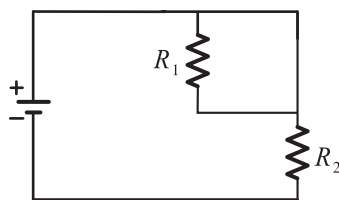


圖 3-1g 電器機殼地線

⚡ 節點(node)

三個或三個以上元件連接的點，稱為節點，如圖 3-1d 中的節點 a 、 d 。

⚡ 支路(branch)

兩節點間的電路，稱為支路，如圖 3-1d 中的支路 b_1 、 b_2 及 b_3 。

範例3-1a

電路如圖 (1)，求 V_{ba} 、 V_{ca} 、 V_{da} 、 V_{bc} 、 V_{bd} 的電壓。

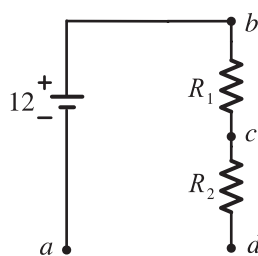


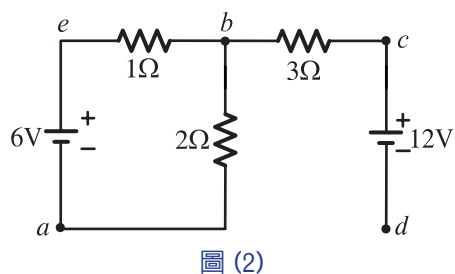
圖 (1)

解

因為此電路為開路， R_1 、 R_2 均無電流，所以 b 、 c 、 d 都是等電位， V_{ba} 、 V_{ca} 、 V_{da} 電壓都是 12V， $V_{bc}=0$ 、 $V_{bd}=0$ 。

自我練習

1. 電路如圖 (2) 。
 - (1) 求 V_{ba} 、 V_{ca} 、 V_{da} 的電壓？
 - (2) 求 1Ω 、 2Ω 、 3Ω 電阻的電流？
 - (3) 求 V_{cd} 、 V_{bd} 的電壓？
 - (4) 求 V_{eb} 、 V_{ec} 、 V_{ed} 、 V_{bc} 的電壓？



3-2 克希荷夫電壓定律

德國物理學家克希荷夫 (Gustav Robert Kirchhoff, 1824-1887) 研究電路學提出兩個有名的定律，分別為電壓定律及電流定律。首先介紹克希荷夫電壓定律 (Kirchhoff's voltage law, 以下簡稱 KVL)，KVL 用於說明迴路上各元件電壓的關係——在任一封閉迴路中，電壓升與電壓降的總和為零 (電流由電壓源正極出發者為電壓升，電流由電壓源負極出發者為電壓降，電阻元件都是電壓降)。例如，圖 3-2a，由 KVL 得到 $E_1 + E_2 = V_1 + V_2 + V_3$ ，圖 3-2b，由 KVL 得到 $E_1 = E_2 + V_1 + V_2 + V_3$ 。

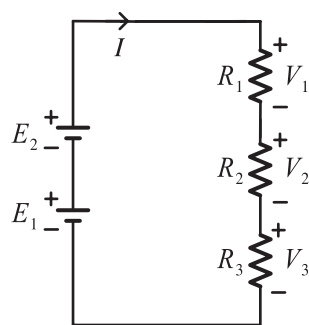


圖 3-2a 串聯電路

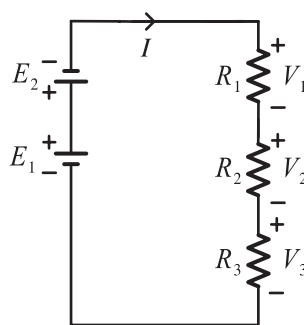


圖 3-2b 並聯電路

電路串聯與克希荷夫電壓定律

圖 3-2c 是 3 個電阻的串聯電路，由 KVL 得到

$$E = V_1 + V_2 + V_3 \quad \cdots \cdots (1)$$

由於串聯電路，電流都相同

$$I_T = I_1 = I_2 = I_3 \quad \cdots \cdots (2)$$

(公式3-1)

將 (1) 式除以 (2)，得到

$$\frac{E}{I_T} = \frac{V_1}{I_1} + \frac{V_2}{I_2} + \frac{V_3}{I_3}$$

由歐姆定律 $E/I_T = R_T$ ，得到

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3$$

(公式3-2)

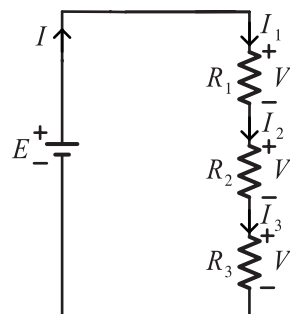


圖 3-2c

以上即為串聯電路的總電阻為所有電阻之和。

範例3-2a

電路如圖 (1)，請計算：

- (1) 總電阻 R_T ?
- (2) 總電流 I ?
- (3) 各電阻的電壓降？
- (4) 各電阻的功率？
- (5) 總功率？

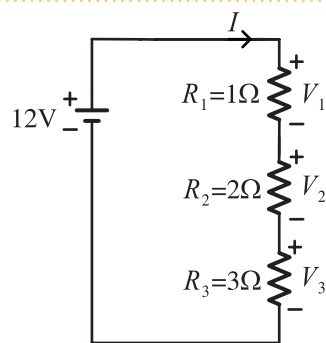


圖 (1)

解

- (1) 本電路為 3 個電阻的串聯電路，總電阻等於所有電阻之和，所以 $R_T = R_1 + R_2 + R_3 = 1 + 2 + 3 = 6\Omega$ 。
- (2) 總電流是輸入電壓除以總電阻，所以 $I = \frac{V}{R_T} = \frac{12}{6} = 2A$ 。
- (3) 所有電阻分壓是總電流乘以個別電阻，所以 $V_1 = I \cdot R_1 = 2 \cdot 1 = 2V$ ；
 $V_2 = I \cdot R_2 = 2 \cdot 2 = 4V$ ； $V_3 = I \cdot R_3 = 2 \cdot 3 = 6V$ 。
- (4) $P_1 = IV_1 = 2 \cdot 2 = 4W$ ； $P_2 = IV_2 = 2 \cdot 4 = 8W$ ； $P_3 = IV_3 = 2 \cdot 6 = 12W$
- (5) 總功率不管是串或並聯，總功率都是個別功率之和，所以：

$$P_T = P_1 + P_2 + P_3 = 4 + 8 + 12 = 24W$$

(公式3-3)

自我練習

1. 電路如圖 (2)，請計算：

- (1) 總電阻 R_T ?
- (2) 總電流 I ?
- (3) 各電阻電壓降？
- (4) 各電阻功率 P ?
- (5) 總功率 P_T ?

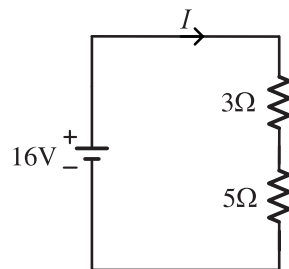
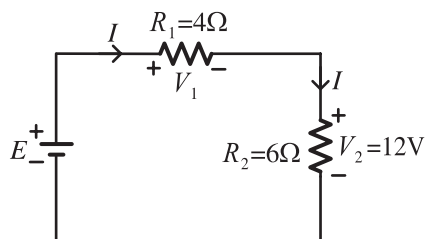


圖 (2)

範例3-2b

電路如圖(1)，已知 6Ω 電阻分壓是 $12V$ ，
請問：

- (1) $R_1=4\Omega$ 的 V_1 是多少？
- (2) E 是多少？



圖(1)

解

(1) 由 $V_2=12$ ， $R_2=6\Omega$ 得到 $I = \frac{12}{6} = 2A$ 。

(2) 串聯電路電流都相等，所以 $V_1=IR_1=2 \cdot 4=8V$ ， $E=V_1+V_2=8+12=20V$

自我練習

1. 電路如圖(2)，若 $R_3=6\Omega$ ，求：

(1) $R_1=?$ (2) $I=?$ (3) $R_T=?$

2. 如圖(3)所示電路，若 E 及 R_1 為固定值，且當 $R_2=2\Omega$ 時， $V_2=10V$ ；當 $R_2=8\Omega$ 時， $V_2=16V$ 。當 $R_2=18\Omega$ 時，則 V_2 為何？

統測 112

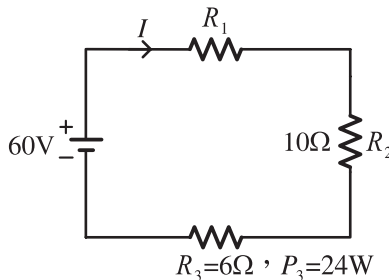
(A) $20V$ (B) $19V$ (C) $18V$ (D) $17V$

3. 如圖(4)所示電路，若電源 V_s 提供 $40mW$ 功率，且 $V_1=0.25V_s$ ，則下列何者正確？

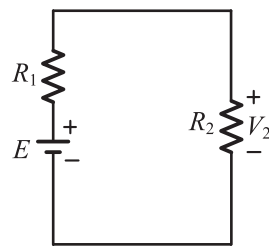
統測 109

(A) $I_s=2mA$ (B) $V_s=20V$
(C) $R=10k\Omega$ (D) R 消耗 $20mW$ 功率

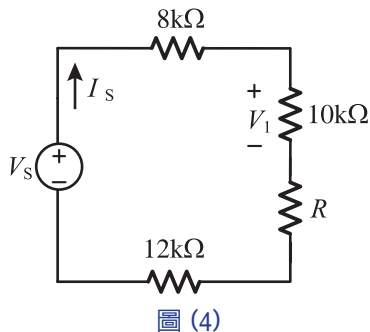
4. 如圖(5)所示，求 V_C 之值為____伏特 (V)。台電 103



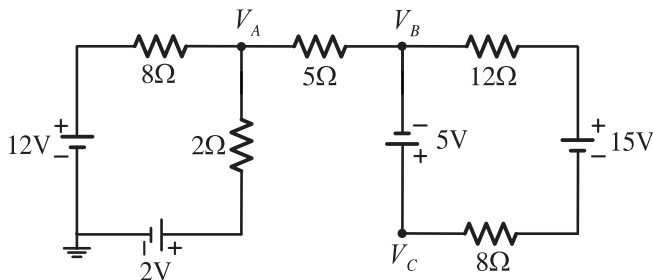
圖(2)



圖(3)



圖(4)



圖(5)

範例3-2c

若將 100V/10W 與 100V/40W 的燈泡串接於 100V 的電源，請問 (1) 總電流是多少？ (2) 各別分壓是多少？ (3) 各別功率是多少？ (4) 那一燈泡較亮？ (5) 總功率 P_T 是多少？

解

(1) 看到功率，就把功率的三個公式寫出來，再依所給資料，選擇公式，所以

$$P = IV = I^2 R = \frac{V^2}{R} \Rightarrow \text{由 } 100\text{V}/10\text{W} \text{ 得到 } 10 = \frac{(100)^2}{R_1} \Rightarrow R_1 = 1000\Omega$$

$$\text{由 } 100\text{V}/40\text{W} \text{ 得到 } 40 = \frac{(100)^2}{R_2} \Rightarrow R_2 = 250\Omega$$

$$\text{由兩個燈泡串聯，得到 } R_T = R_1 + R_2 = 1000 + 250 = 1250\Omega$$

$$\text{由總電流等於總電壓除以總電阻，得到 } I = \frac{V}{R_T} = \frac{100}{1250} = 0.08\text{A}$$

$$(2) V_1 = I \cdot R_1 = 0.08 \cdot 1000 = 80\text{V} \quad V_2 = I R_2 = 0.08 \cdot 250 = 20\text{V}。$$

$$(3) P_1 = IV_1 = 0.08 \cdot 80 = 6.4\text{W} \quad P_2 = I \cdot V_2 = 0.08 \cdot 20 = 1.6\text{W}。$$

(4) 由 $P_1 > P_2$ 得到 10W 燈泡較亮。

$$(5) P_T = P_1 + P_2 = 6.4 + 1.6 = 8\text{W}。$$

自我練習

1. 有 100V/40W 的燈泡數個，現在要將這些燈泡接在 200V 的電源上，請問至少串接幾個才不會燒毀？
2. 有 3V/6W 的燈泡數個，現在要將這些燈泡接在 12V 的電源上，請問至少串接幾個才不會燒毀？

電壓分配定則

串聯電路所有元件電流都相同，所以每一電阻的分壓與其電阻成正比此稱為電壓分配定則。 R_1 與 R_2 串接於電源電壓 E ，如圖 3-2d，則：

$$I = \frac{E}{R_1 + R_2}$$

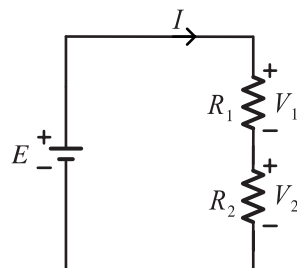


圖 3-2d 電壓分配定則

$$V_1 = IR_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} E$$

(公式3-4a)

$$V_2 = IR_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E$$

(公式3-4b)

自我練習

1. 1Ω 與 4Ω 的電阻串接在 $10V$ 的電源，請問：
 - (1) 其分壓各為多少？
 - (2) 功率各為多少？
2. 1Ω 、 2Ω 與 6Ω 的電阻串接在 $9V$ 的電源，請問其分壓各為多少？

電壓表的設計

市售電壓表通常有很多個檔位，例如，滿刻度從最小開始有 0.1 、 2.5 、 10 、 $50\cdots$ ，我們設計電壓表時，通常先設計最小的檔位，其餘只要再串聯電阻就可以共用刻度表。例如，有一電壓表內阻 R_1 ，滿刻度是 V_1 ，如圖 3-2e，表示電壓表要能承受 V_1 ，流過內部電流

$$I = V_1 / R_1$$

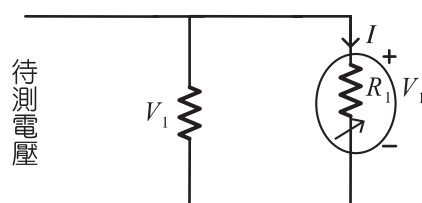


圖 3-2e 原電壓表

現在第二檔要能量電壓 E ($E > V_1$ ，且通常 E 是 V 的整數倍，這樣才能共用刻度)，如圖 3-2f，因為第二檔也是同一個表，表示也僅能承受電壓 V_1 ，剩下的電壓就要由 R_2 承擔，所以

$$V_2 = E - V_1$$

因為共用一個表，功率相同、電流也相同，也僅能流過電流 I ，所以

$$\frac{E - V_1}{R_2} = \frac{V_1}{R_1} = I$$

整理，得到

$$R_2 = \frac{E - V_1}{I} \quad (\text{以上 } I = \frac{V_1}{R_1})$$

(公式3-5)

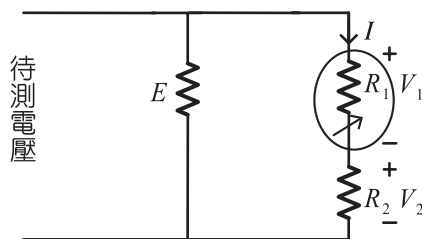


圖 3-2f 倍增電壓表

自我練習

1. 有一電壓表內阻是 $1\text{k}\Omega$ ，滿刻度是 0.1V ：
 - (1) 現在要測量 2.5V ，請問應該如何設計？
 - (2) 若要測量 50V ，請問要如何設計？

3-3 克希荷夫電流定律

克希荷夫另外針對節點上的各分支電流間的關係，提出了克希荷夫電流定律 (Kirchhoff's current law，簡稱 KCL)。其內容是流進任一節點的電流總和等於流出該節點的電流總和。

以圖 3-3a 的並聯電路為例，對節點 a 而言，流進的電流 I ，流出的電流 I_1 、 I_2 、 I_3 。兩者必相等：

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

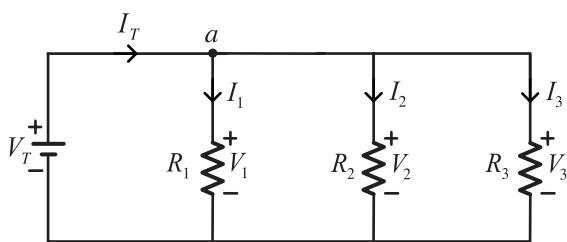


圖 3-3a

範例3-3a

電路如圖 (1)，試求 $I = ?$

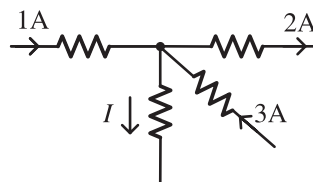


圖 (1)

解

依據克希荷夫電流定律，流進任一節點的電流等於流出該節點的電流，所以

$$\text{流進} = 1 + 3 = \text{流出} = I + 2$$

整理，得到

$$I = 2\text{A (流出)}$$

自我練習

1. 電路如圖 (2)，求 $I = ?$

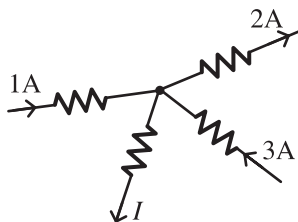


圖 (2)

2. 電路如圖 (3)，求 $I_1 = ?$

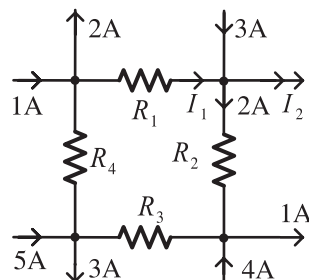


圖 (3)

並聯總電阻

以圖 3-3a 為例，依據克希荷夫電流定律

$$I_T = I_1 + I_2 + I_3 \quad \dots\dots\dots(1) \quad \text{(公式3-6)}$$

依照歐姆定律得到

$$\frac{V_T}{R_T} = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3} \quad \dots\dots\dots(2)$$

並聯時電壓都相等

$$V_T = V_1 = V_2 = V_3$$

則 (2) 式的電壓可以通通消除，得到

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad \text{(公式3-7a)}$$

所以得到並聯總電阻等於所有電阻的倒數和再倒數。以上公式，若僅有兩個電阻並聯，則 $R_T = (R_1 // R_2)$

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \text{ 整理得到 } R_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad \text{(公式3-7b)}$$

以上兩個電阻的並聯計算，可以寫成 Python 程式如下：

```
r1=3;r2=6;r3=4
r=1/(1/r1+1/r2)
print(r)
```

以上三個電阻的並聯計算，可以寫成 Python 程式如下：

```
r1=3;r2=6;r3=4
r=1/(1/r1+1/r2+1/r3)
print(r)
```

範例3-3b

電路如圖 (1)，試求：

- (1) 各電阻的電流 I_1 、 I_2 及 I_3 ？
- (2) 總電流 I_T ？
- (3) 總電阻 R_T ？
- (4) 各電阻的功率 P_1 、 P_2 、 P_3 ？
- (5) 總功率 P_T ？

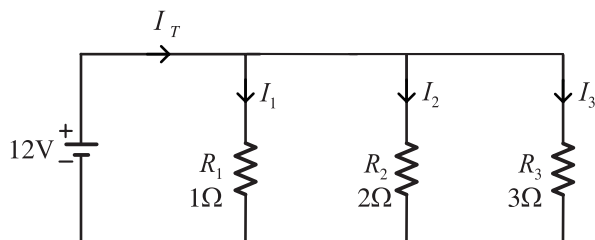


圖 (1)

解

(1) 由歐姆定律 $I_1 = \frac{12}{1} = 12\text{A}$ ， $I_2 = \frac{12}{2} = 6\text{A}$ ， $I_3 = \frac{12}{3} = 4\text{A}$

(2) 由克希荷夫電流定律 $I_T = I_1 + I_2 + I_3 = 12 + 6 + 4 = 22\text{A}$

(3) 總電阻可以使用歐姆定律 $R_T = \frac{V}{I_T} = \frac{12}{22} = 0.54\Omega$ ，也可以使用

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{1}{\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}} \div 0.54\Omega$$

(4) $P_1 = I_1 V = 12 \cdot 12 = 144\text{W}$

$$P_2 = I_2 V = 6 \cdot 12 = 72\text{W}$$

$$P_3 = I_3 V = 4 \cdot 12 = 48\text{W}$$

(請留意，並聯時電阻小，得到的功率反而大)

(5) 不論串或並聯，總功率都是個別功率之和，所以

$$P_T = P_1 + P_2 + P_3 = 144 + 72 + 48 = 264\text{W}。$$

自我練習

1. 電路如圖 (2)，試求 $I_1 = ?$ $I_2 = ?$ $I = ?$
 $R_T = ?$
2. 若將 5 個 10Ω 串聯，外接 100V 電源，則總電阻是多少？總功率是多少？
3. 若將 5 個 10Ω 並聯，外接 100V 電源，則總電阻是多少？總功率是多少？

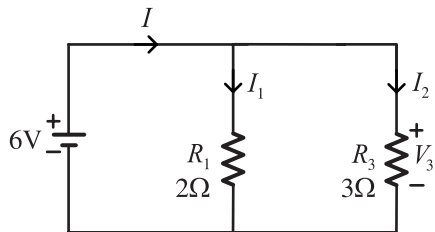
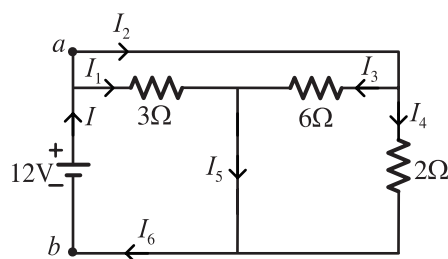


圖 (2)

範例3-3c

電路如圖(1)，求 I_1 、 I_2 、 I_3 、 I_4 、 I_5 、 I_6 之值？



圖(1)

解

(1) 由歐姆定律

$$I_1 = \frac{12}{3} = 4\text{A}, \quad I_3 = \frac{12}{6} = 2\text{A}, \quad I_4 = \frac{12}{2} = 6\text{A}$$

(2) 由克希荷夫電流定律

$$I_2 = I_3 + I_4 = 8\text{A}$$

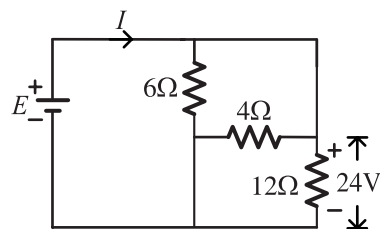
$$I = I_1 + I_2 = 4 + 8 = 12\text{A}$$

$$I_5 = I_1 + I_3 = 4 + 2 = 6\text{A}$$

$$I_6 = I_5 + I_4 = 6 + 6 = 12\text{A}。$$

自我練習

1. 電路如圖(2)，求(1)總電壓 $E = ?$ (2)總電流 $I = ?$



圖(2)

並聯電路電流分配定則：

並聯電路因為電壓都相同，而電流與電阻成反比，所以若有電流 I 進入 R_1 與 R_2 並聯的節點，如圖 3-3b，則

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I$$

$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$$

以上稱為電流分配定則。這些電壓、電流分配定則都要記起來，後面章節計算才能省事。

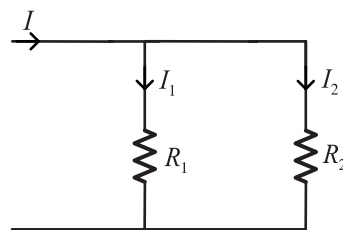
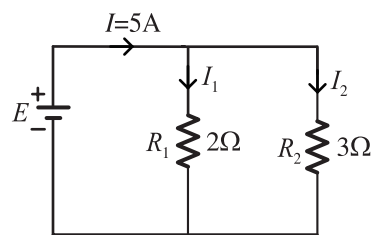


圖 3-3b

範例3-3d

本範例推導電流分配定則，電路如圖(1)，試求：

- (1) I_1 、 $I_2 = ?$
 (2) 總電壓 $E = ?$



圖(1)

解

- (1) 依據克希荷夫電流定律

$$I_1 + I_2 = I \quad \dots\dots\dots(1)$$

- (2) 電阻並聯，端電壓都相同

$$I_1 R_1 = I_2 R_2 \quad \dots\dots\dots(2)$$

- (3) 將 $I_2 = I - I_1$ 代入 (2)

$$I_1 R_1 = I R_2 - I_1 R_2 \Rightarrow I_1 R_1 + I_1 R_2 = R_2 I$$

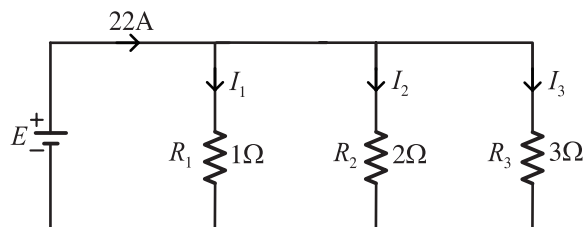
$$\Rightarrow I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I = \frac{3}{2 + 3} \cdot 5 = 3\text{A} \quad (\text{此即為電流分配定則，分配的電流與自己的電阻成反比})$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I = \frac{2}{2 + 3} \cdot 5 = 2\text{A} \circ$$

- (4) $E = I_1 R_1 = 3 \cdot 2 = 6\text{V} \circ$

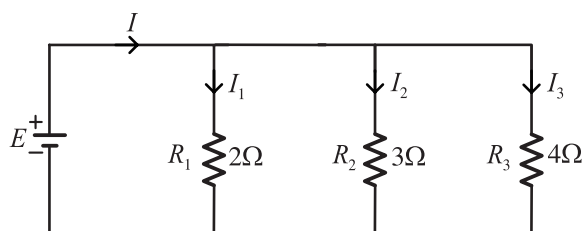
自我練習

1. 1:2:3 的反比是 $\frac{1}{1}:\frac{1}{2}:\frac{1}{3}$ ，通分得到 $2 \cdot 3:3 \cdot 1:1 \cdot 2 = 6:3:2$ ，若電路如圖(2)，試求：(1) I_1 、 I_2 及 $I_3 = ?$ (2) 電源電壓是多少？



圖(2)

2. 電路如圖(3)，若 $I_1 = 6\text{A}$ ，則(1) I_2 、 I_3 及 $I = ?$ (2) $E = ?$



圖(3)

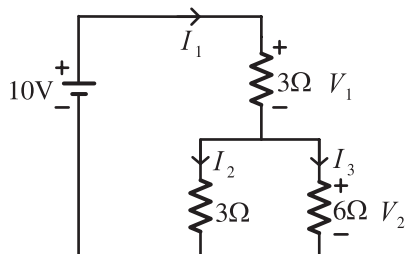
範例3-3e

電路如圖(1)，請計算

(1) I_1 、 I_2 及 $I_3 = ?$

(2) V_1 、 $V_2 = ?$

(3) $R_T = ?$



圖(1)

解

(1) 電路可先簡化成如圖(2)， $(3//6) = \frac{3 \cdot 6}{3+6} = 2\Omega$

$$I_1 = \frac{10}{3+2} = 2\text{A}。$$

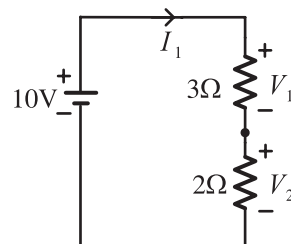
$$I_2 = \frac{6}{3+6} \cdot 2 \div 1.33\text{A} \text{ (分流定則)}。$$

$$I_3 = \frac{3}{3+6} \cdot 2 \div 0.67\text{A} \text{ (分流定則)}。$$

(2) $V_1 = 3 \cdot 2 = 6\text{V}。$

$$V_2 = 2 \cdot 2 = 4\text{V}。$$

(3) $R_T = 3+2 = 5\Omega。$



圖(2)

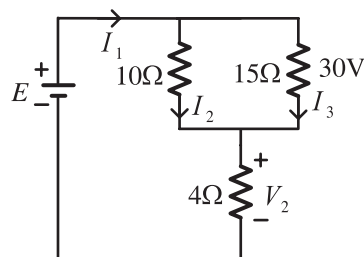
自我練習

1. 電路如圖(3)，請計算：

(1) I_1 、 I_2 及 $I_3 = ?$

(2) V_2 及 $E = ?$

(3) $R_T = ?$



圖(3)

2. 電路如圖 (4) 請計算：

(1) 各電阻的電流？

(2) $R_T = ?$

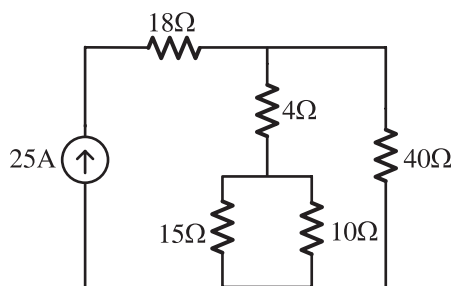


圖 (4)

電流表的設計

前面的電壓表是串聯另一電阻，擴大測量範圍，得到很多檔位，電流表也是有很多檔位，而共用一個刻度表。例如內阻是 R_1 ，滿刻度是 I_1 的電流表，如圖 3-3c，現在要提升至 I ($I > I_1$ 且通常是整數倍，這樣才能共用刻度)。

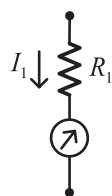


圖 3-3c 原始電流表

因為電路並聯，可以分流多餘的電流，所以我們將原電表並聯一個電阻 R_2 ，如圖 3-3d。原電表只能流過 I_1 ，所以將多餘的電流 $I - I_1$ 分給 R_2 ，並聯時電壓都相等，所以：

$$I_1 R_1 = (I - I_1) \cdot R_2 \Rightarrow R_2 = \frac{I_1 R_1}{I - I_1} \quad \text{(公式3-8)}$$

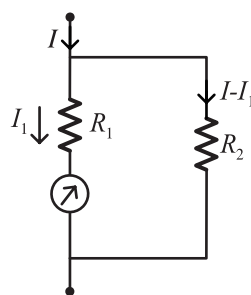


圖 3-3d 倍增電流表

自我練習

1. 有一電流表內阻為 240Ω ，滿刻度可量 10mA ：

(1) 現在若要能量測 50mA ，則應如何設計？

(2) 若要測量 250mA ，則應如何設計？

額定功率

每一個電阻器都有其額定功率，額定功率代表該電阻所能承受的功率而不燒毀時的最大功率，當超過最大功率時，該電阻就燒毀。例如 $100\Omega/1\text{W}$ 的電阻，若外接電源，表示最多能外接 10V ，當超過此電壓，該電阻就燒毀。

電阻串聯的額定功率

電阻串聯，因為電流都相同，串聯後的額定功率計算則要取電流較小者。例如 $100\Omega/1\text{W}$ 與 $10\Omega/4\text{W}$ 串聯，則：

$$I_1 = \sqrt{\frac{P_1}{R_1}} = \sqrt{\frac{1}{100}} = 0.1\text{A} \quad I_2 = \sqrt{\frac{4}{10}} = 0.63\text{A}$$

I_1 、 I_2 取較小者，表示僅能通過 0.1A 的電流。串聯後 $R_T = 110\Omega$ ，表示額定功率為： $P_T = I^2 R_T = 0.01 \cdot 110 = 1.1\text{W}$

電阻並聯的額定功率

電阻並聯，因為電壓都相同，並聯後的額定功率計算則要取電壓較小者，例如 $900\Omega/4\text{W}$ 與 $300\Omega/3\text{W}$ 的電阻並聯，並聯前的額定電壓分別是

$$V_1 = \sqrt{P_1 \cdot R_1} = \sqrt{900 \cdot 4} = 60\text{V} \quad V_2 = \sqrt{P_2 \cdot R_2} = \sqrt{300 \cdot 3} = 30\text{V}$$

並聯電壓都相同，所以選電壓較小的 30V ，並聯後等效電阻是 $(900//300) = 225\Omega$ ，所以額定功率是：

$$P_T = \frac{V_T^2}{R_T} = \frac{30^2}{225} = 4\text{W}$$

自我練習

1. 有兩電阻 $500\Omega/5\text{W}$ 與 $100\Omega/4\text{W}$ 電阻串聯，求其額定功率 = ？
2. 有兩電阻 $3\Omega/12\text{W}$ 與 $9\Omega/9\text{W}$ 電阻並聯，求其額定功率 = ？
3. 如圖 (1) 所示，若已知 $R_1 = 20\Omega$ ， R_1 消耗功率為 180W ， R_2 消耗功率為 360W ， $R_3 = 60\Omega$ ， R_3 消耗功率為 60W ，則下列何者正確？ 統測 111

- (A) $E = 120\text{V}$ ， $R_4 = 60\Omega$
 (B) $E = 120\text{V}$ ， $R_4 = 30\Omega$
 (C) $E = 240\text{V}$ ， $R_4 = 60\Omega$
 (D) $E = 240\text{V}$ ， $R_4 = 30\Omega$

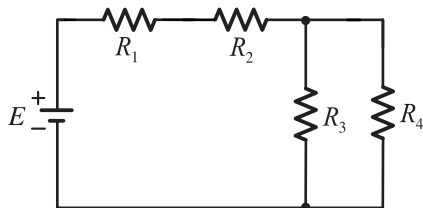


圖 (1)

4. 如圖 (2) 所示電路， 20Ω 電阻消耗 20W 功率，下列何者正確？

統測 109

- (A) 5Ω 電阻消耗 10W 功率
 (B) $V_x = 12\text{V}$
 (C) $I = 1\text{A}$
 (D) $R = 10\Omega$

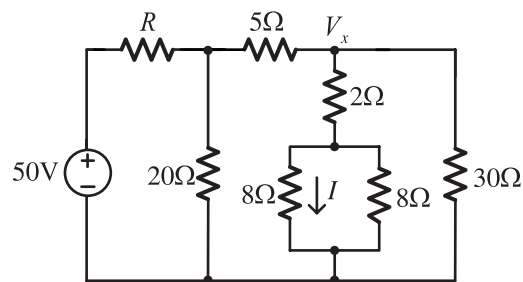


圖 (2)

5. 如圖 (3) 所示電路，若 A、B、C、D、E 為理想的電路元件，則下列敘述何者正確？

統測 109

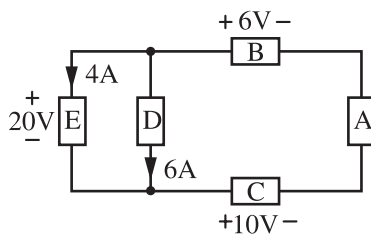


圖 (3)

- (A) 元件 A 供應 280W 功率
 (B) 元件 B 消耗 60W 功率
 (C) 電路元件總供應功率為 300W
 (D) 電路元件總消耗功率為 270W

3-4 電壓源與電流源

電壓源

實際的電壓源如圖 3-4a，為一電壓源 E 與內阻 r 串聯，內阻 r 將會影響實際輸出的電壓大小，實際輸出電壓 $V=E-Ir$ ；理想電壓源的內阻視為零，如圖 3-4b，所以輸出電壓 $V=E$ 。電流是從電壓源的正極流出，進入負載，再流回電壓源負端。若電壓源串聯，則其內阻相加，但要留意極性，若極性順序相同，則總電壓相加，如圖 3-4c；若極性順序相反，則總電壓相減，如圖 3-4d。電壓源並聯可提升電流供給量，如圖 3-4e，例如，若每一電源供應器可提供最大 30A 的電流，則兩台電源供應器共可提供至多 60A 的電流，但請留意電壓與內阻要相同才能並聯。

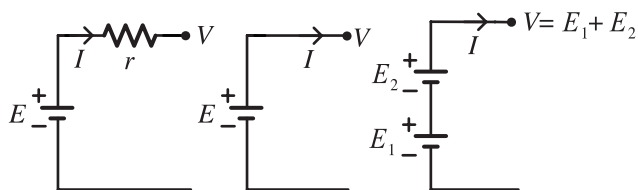


圖 3-4a

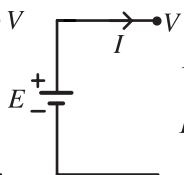


圖 3-4b

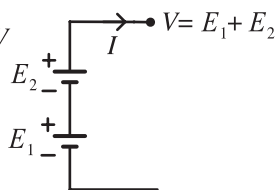


圖 3-4c

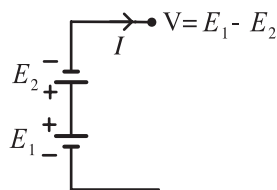


圖 3-4d

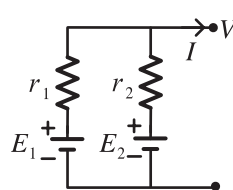


圖 3-4e

範例3-4a

電路如圖 (1)，試求其等效電壓 V 與等效電阻 r 。

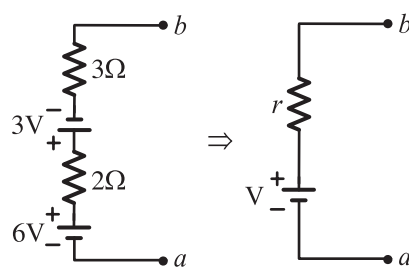


圖 (1)

解

電壓源串聯表示電壓相加，內阻也相加，所以：

$$V = 6 - 3 = 3\text{V}$$

$$r = 2 + 3 = 5\Omega$$

自我練習

1. 電路如圖 (2)，試求：電路等效電壓 V 與等效電阻 r ？

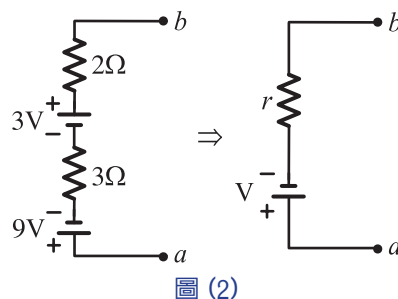


圖 (2)

電流源

實際電流源如圖 3-4f，為一個電流源 I 並聯一內阻 r ，理想電流源的內阻無限大，所以如圖 3-4g。電流源並聯如圖 3-4h，電流源並聯的等效電路如圖 3-4i，電流方向相同時，總電流相加，電流方向相反時，總電流相減，電流源並聯的內阻也是所有有內阻的並聯。電流源若要串聯，則電流方向、大小與內阻都必須相同，才能串聯。

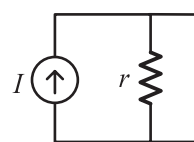


圖 3-4f

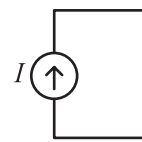


圖 3-4g

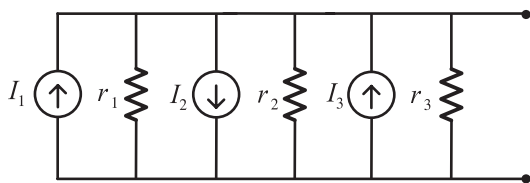


圖 3-4h 電流源並聯

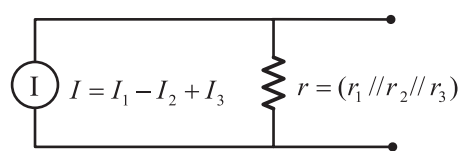


圖 3-4i 電流源並聯等效電路

範例 3-4b

電路如圖 (1)，試求：電路等效壓 V 與等效電阻 r ？

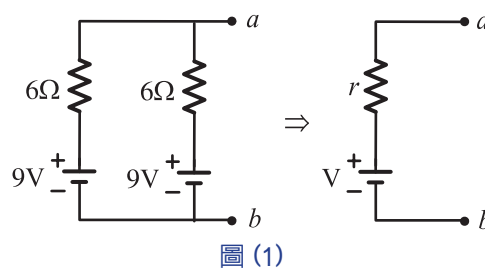


圖 (1)

解

- (1) 電壓源電壓要相同才能並聯，且並聯後電壓相同，所以 $V=9V$ 。

(2) 電壓源並聯，電阻也是並聯，所以 $r = (6//6) = 3\Omega$ 。

自我練習

1. 電路如圖 (2)，試求電路等效電壓 V 與等效電阻 r ？

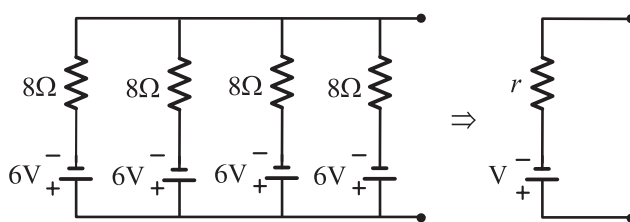


圖 (2)

電壓源與電流源互換

爲了方便電路的電流與電壓計算，電流源與電壓源可以互換，電壓源換成電流源如圖 3-4j，其轉換方式如下：

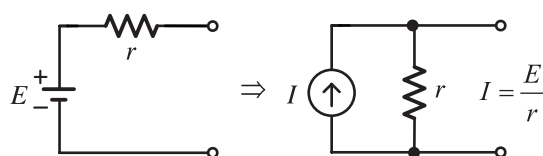


圖 3-4j 電壓源轉電流源

1. 內阻 r 相同。

(公式3-9a)

2. 電流源 $I = \frac{E}{r}$ 。

(公式3-9b)

電流源轉電壓源，如圖 3-4k，其轉換方式如下：

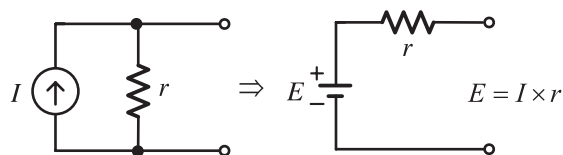


圖 3-4k 電流源轉電壓源

1. 內阻 r 相同。

(公式3-10a)

2. 電壓源 $E = I \times r$ 。

(公式3-10b)

範例3-4c

電路如圖 (1)，求電阻 3Ω 的電流是多少？

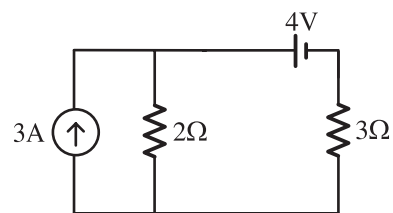


圖 (1)

解

(1) 電流源可轉電壓源，如圖 (2)，所以

$$V = 3 \times 2 = 6V。$$

(2) $I_{3\Omega} = (6 - 4) / (2 + 3) = 0.4A。$

自我練習

1. 電路如圖 (3)，求 $I_{5\Omega} = ?$

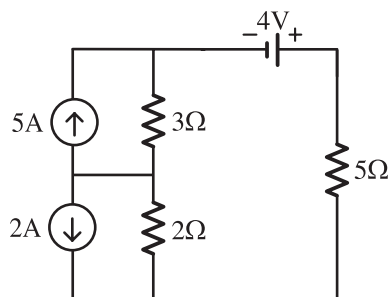


圖 (3)

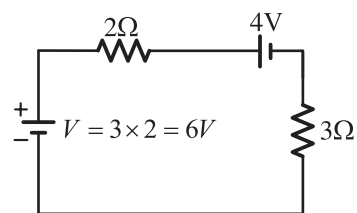


圖 (2)

3-5 惠斯登電橋

惠斯登電橋 (wheatstone bridge) 電路如圖 3-5a， R_1 和 R_2 稱為電橋的比例臂， R_s 為調整臂，待測電阻為 R_x ，其功用可用來量測未知電阻 R_x 的值。依據歐姆定律得到：

$$V_2 = I_2 R_s \quad V_4 = I_5 R_x$$

$$V_1 = I_1 R_1 \quad V_3 = I_4 R_2$$

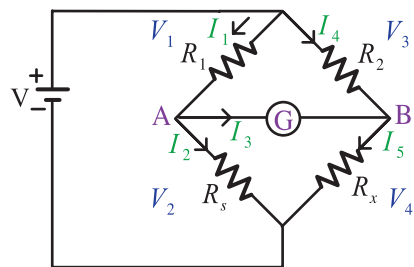


圖 3-5a 惠斯登電橋

調整 R_s 的電阻值，使流過檢流計的電流 $I_3 = 0$ ，代表電橋平衡，流過檢流計的電流為零，即電橋 A、B 兩點的電位相同，此時

$$V_A = V_B, \quad I_2 = I_1, \quad I_5 = I_4, \quad V_2 = V_4, \quad V_1 = V_3$$

$$\text{由 } V_2 = V_4 \text{ 得到 } I_2 \cdot R_s = I_5 R_x \quad \cdots \cdots \cdots (1)$$

$$\text{由 } V_1 = V_3 \text{ 得到 } I_1 \cdot R_1 = I_4 R_2 \quad \cdots \cdots \cdots (2)$$

$$\text{將以上(1)/(2)得到 } \frac{R_s}{R_1} = \frac{R_x}{R_2} \Rightarrow R_x = \frac{R_2}{R_1} R_s$$

(公式3-11)

範例3-5a

電路如圖 (1) 所示為惠斯登電橋等效電路， R_x 為待測電阻，若檢流計 $\textcircled{G}$ 電流 I_G 為零，則下列何者正確？

統測 111

(A) $R_x = 20 \text{ k}\Omega$

(B) $R_x = 200 \text{ k}\Omega$

(C) $I_1 = I_2$

(D) $I_1 = I_4$

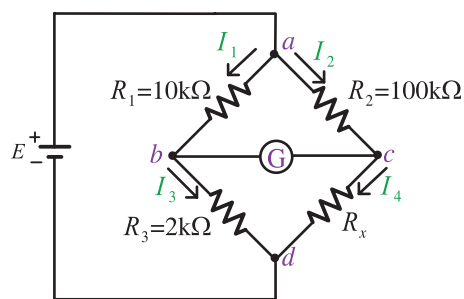


圖 (1)

解

(1) 若檢流計Ⓒ為零，代表對邊電阻相乘相等，所以

$$R_1 \cdot R_x = R_2 \cdot R_3$$

$$10\text{k} \cdot R_x = 100\text{k} \cdot 2\text{k} \Rightarrow R_x = 20\text{k}\Omega$$

(2) 此時 $V_b = V_c$ ， $I_1 = I_3$ ， $I_2 = I_4$ ，所以答案選 (A)。

自我練習

1. 如圖 (2) 所示，檢流計Ⓒ指示值為零時，

R_x 為 _____ Ω 。

台電 99

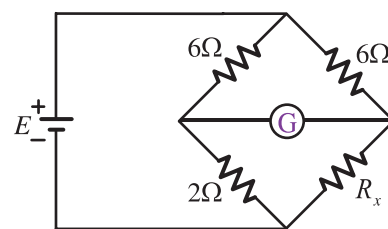


圖 (2)

3-6 Y-△互換

Y型(y branch)電路轉△電路(delta branch)

圖 3-6a 稱為 Y 型電路，圖 3-6b 稱為△型電路。

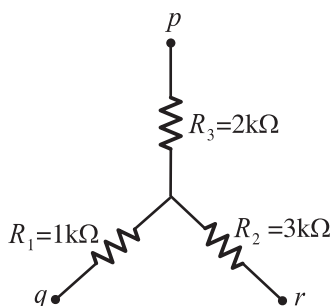


圖 3-6a Y 型電路

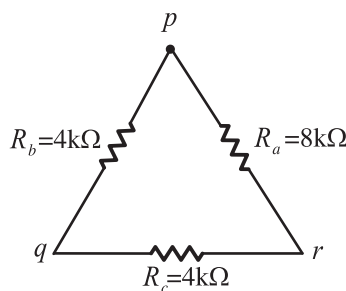
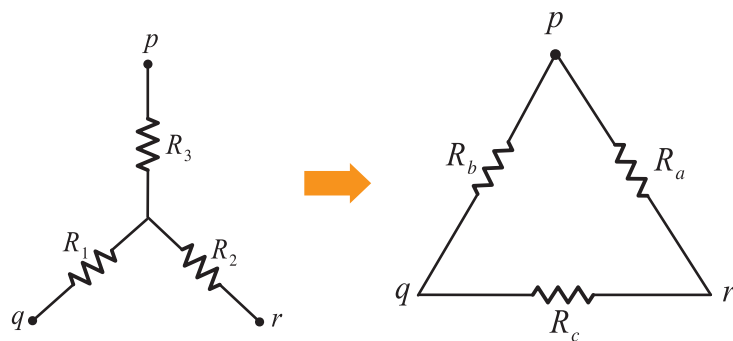


圖 3-6b △型電路

經由串並聯計算，圖 3-6a 的 $R_{pq} = (2k + 1k) = 3k\Omega$ ，圖 3-6b 的 $R_{pq} = (4k // (8k + 4k)) = 3k\Omega$ ，我們發現兩個電路的 R_{pq} 、 R_{qr} 、 R_{pr} 都相等，所以此兩個電路等效，既然等效，表示可以替換，而不影響原電路特性，以上 Y 型轉△型或△型轉 Y 型是一個解電路的技巧，因為有些電路經由此種方式轉換後，會變得比較簡單。

Y 轉△的公式如下：



$$R_a = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_1}, R_b = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_2}, R_c = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_3} \quad (\text{公式3-12})$$

以上公式可以用電路形狀來幫助記憶，簡單的說，Y 轉△，先有 Y，所以公式形狀也是 Y，且 Y 下面有一直線，所以分母選對面的電阻，分子

是三個電阻兩兩相乘之總和，且都相同。而且此轉換公式，分子一定是兩個相乘，單位是 Ω^2 ，分母則是一個 Ω ，兩個相除，單位才會是 Ω ，而且分母只有一個電阻，樣式很簡單，分子就會比較複雜。(此公式「分母較簡單」這句話，請看以下 $\triangle$ 電路轉 Y 型電路，就會明白)

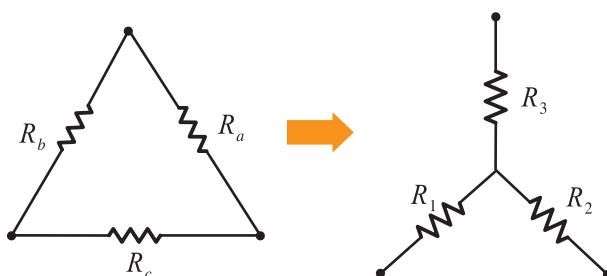
$$R_a = \frac{\text{電阻兩兩相乘之總和}}{R_a \text{對面的電阻}} = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_1} \quad (\text{形狀是 Y})$$

以上公式的計算有點繁瑣，所幸現在程式設計已經是國中課綱，我們就將以上公式寫成 Python 程式如下：

```
k=1000;R1=1*k;R2=2*k;R3=2*k
RR=R1*R2+R2*R3+R3*R1
Ra=RR/R1
Rb=RR/R2
Rc=RR/R3
print(Ra,Rb,Rc) #8000,4000,4000
```

$\triangle$ 電路轉 Y 型電路

$\triangle$ 轉 Y 的公式如下：



$$R_1 = \frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c}, \quad R_2 = \frac{R_a R_c}{R_a + R_b + R_c}, \quad R_3 = \frac{R_a R_b}{R_a + R_b + R_c}$$

(公式3-13)

以上公式可以用電路形狀來幫助記憶，簡單的說， $\triangle$ 轉 Y，先有 $\triangle$ ，公式的形狀也是 $\triangle$ ，所以分母選三個電阻相加且都相同，分子是對應電阻兩旁的電阻乘積。而且分子一定是兩個相乘，單位是 Ω^2 ，分母則是一個 Ω ，那兩個相除，單位才會是 Ω ，而且分母複雜（分母複雜這句話，請對照 Y 轉 $\triangle$ ），分子就簡單，所以選 R_1 旁邊電阻相乘就可以。

$$R_1 = \frac{\text{原本三角型中，相同位置兩邊電阻相乘}}{\text{三個電阻總和}} = \frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c} \quad (\text{形狀是 } \triangle)$$

以上公式的 Python 程式如下：

```
k=1000;Ra=1*k;Rb=2*k;Rc=3*k
RR=Ra+Rb+Rc
R1=(Rb*Rc)/RR
R2=(Ra*Rc)/RR
R3=(Ra*Rb)/RR
print(R1,R2,R3)#1000 500 333
```

補充說明

以上 Y 型與 $\triangle$ 型電路互轉公式的推導如下：

$$1. \quad R_{pq} = R_b // (R_a + R_c) = R_1 + R_3 \Rightarrow \frac{R_a R_b + R_b R_c}{R_a + R_b + R_c} = R_1 + R_3 \quad (1)$$

$$2. \quad R_{qr} = R_c // (R_a + R_b) = R_1 + R_2 \Rightarrow \frac{R_a R_c + R_b R_c}{R_a + R_b + R_c} = R_1 + R_2 \quad (2)$$

$$3. \quad R_{pr} = R_a // (R_b + R_c) = R_3 + R_2 \Rightarrow \frac{R_a R_b + R_a R_c}{R_a + R_b + R_c} = R_3 + R_2 \quad (3)$$

4. 將以上①②③三式，等號兩邊全部相加得到

$$\frac{2(R_a R_b + R_b R_c + R_c R_a)}{R_a + R_b + R_c} = 2(R_1 + R_2 + R_3) \Rightarrow \frac{R_a R_b + R_b R_c + R_c R_a}{R_a + R_b + R_c} = R_1 + R_2 + R_3 \quad (4)$$

$$5. \quad \text{將④ - ③得到 } R_1 = \frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c} \quad (5) \quad (\text{此為 } \triangle \text{ 型轉 Y 型公式})$$

$$6. \quad \text{將④ - ①得到 } R_2 = \frac{R_a R_c}{R_a + R_b + R_c} \quad (6) \quad (\text{此為 } \triangle \text{ 型轉 Y 型公式})$$

$$7. \quad \text{將④ - ②得到 } R_3 = \frac{R_a R_b}{R_a + R_b + R_c} \quad (7) \quad (\text{此為 } \triangle \text{ 型轉 Y 型公式})$$

8. 將⑤⑥⑦兩邊兩兩相乘再相加，也就是⑤·⑥ + ⑥·⑦ + ⑤·⑦得到

$$\begin{aligned} R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_3 \cdot R_1 &= \frac{R_c(R_a R_b R_c) + R_a(R_a R_b R_c) + R_b(R_a R_b R_c)}{(R_a + R_b + R_c)^2} \\ &= \frac{R_a R_b R_c (R_a + R_b + R_c)}{(R_a + R_b + R_c)^2} = \frac{R_a R_b R_c}{R_a + R_b + R_c} \quad (8) \end{aligned}$$

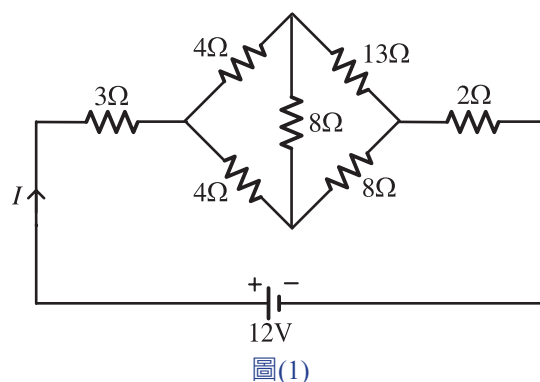
9. 將⑧ / ⑤得到 $R_a = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_1}$ (此為 Y 型轉△型公式)

10. 將⑧ / ⑥得到 $R_b = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_2}$ (此為 Y 型轉△型公式)

11. 將⑧ / ⑦得到 $R_c = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_3}$ (此為 Y 型轉△型公式)

範例3-6a

電路如圖 (1)，求電流 $I = ?$



圖(1)

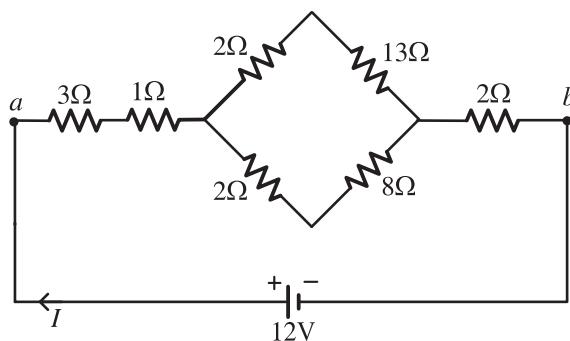
解

(1) 本例可將圖 (1) 左邊 4Ω 、 4Ω 、 8Ω 的 Δ 型電路轉為 Y 型電路，如圖 (2)。

(2) 圖 (2) 電路 2Ω 、 13Ω 串聯， 2Ω 、 8Ω 串聯先化簡，如圖 (3)。

(3) 圖 (3)， $R_{ab} = 3 + 1 + (15 // 10) + 2 = 4 + 6 + 2 = 12\Omega$ 。

(4) $I = \frac{12}{12} = 1A$ 。



圖(2)

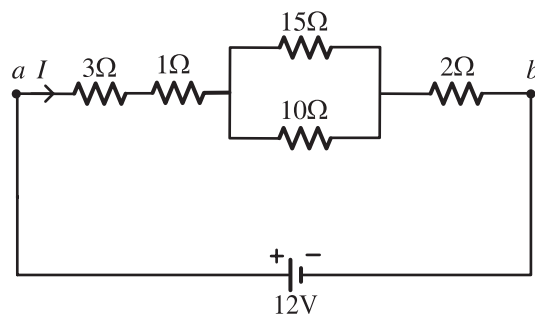
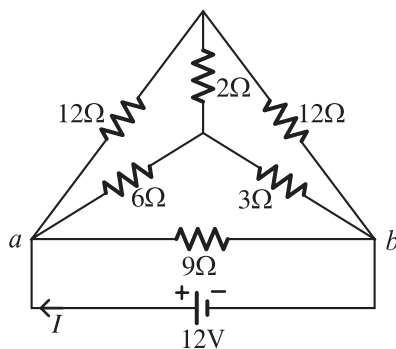


圖 (3)

自我練習

1. 電路如圖 (4)，求 $I = ?$



圖(4)

範例3-6b

電路如圖 (1) 所示：

$R_1 = 8\Omega$ 、 $R_2 = 2\Omega$ 、 $R_3 = 8\Omega$ 、 $R_4 = 4\Omega$ 、
 $R_5 = 4\Omega$ 、 $R_6 = 16\Omega$ ，則電流 I 為何？
 (統測 110)

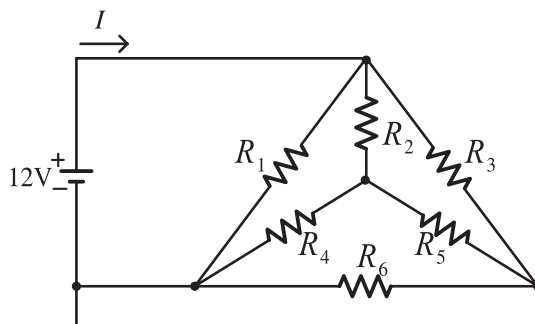


圖 (1)

解

(1) 本例將 R_2 、 R_4 、 R_5 的 Y 型電路
 化爲 Δ 電路，如圖 (2)。

$$R_7 = \frac{R_2 R_4 + R_2 R_5 + R_4 R_5}{R_5}$$

$$= \frac{2 \cdot 4 + 2 \cdot 4 + 4 \cdot 4}{4} = \frac{32}{4} = 8\Omega$$

$$R_8 = \frac{R_2 R_4 + R_2 R_5 + R_4 R_5}{R_4} = \frac{32}{4} = 8\Omega$$

(2) 圖 (2) 的 R_9 與 R_6 被短路，所以
 等效電路如圖 (3)。

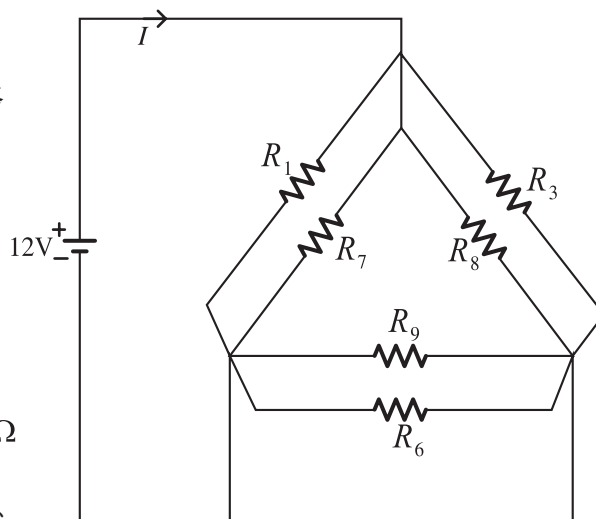


圖 (2)

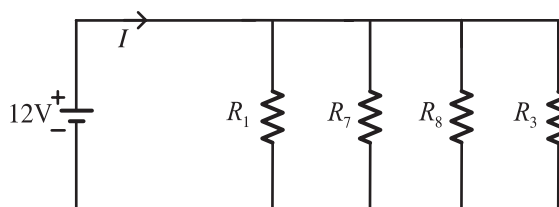


圖 (3)

$$R_T = (R_1 // R_7 // R_8 // R_3) = (8 // 8 // 8 // 8) = 8 / 4 = 2\Omega$$

$$I = \frac{12}{2} = 6A。$$

- (3) 以上的想法可以練習 Y 轉 Δ 形，但是本例 R_6 兩端都接地，等於被短路，可以先去掉，如圖 (4)。

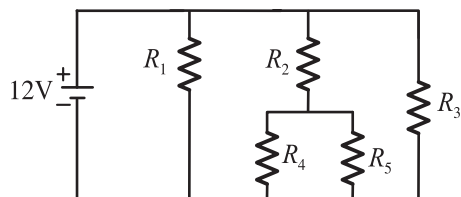


圖 (4)

- (4) R_4, R_5 並聯先化簡， $(4//4)=2$ ，如圖 (5)， $R_T = (8//4//8) = 2\Omega$ 。

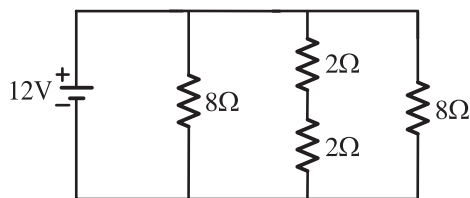


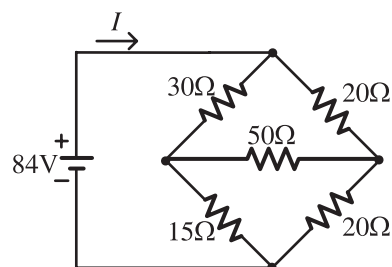
圖 (5)

自我練習

1. 如右圖所示，則電流 $I = \underline{\hspace{2cm}}$ 安培 (A)。

台電 101

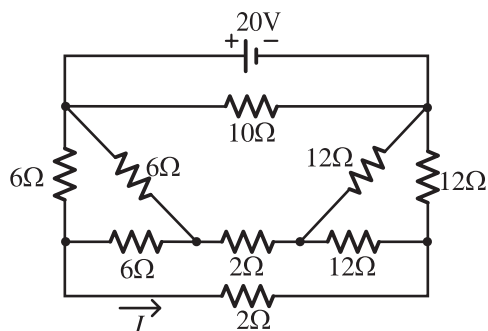
(提示：本例對邊相乘沒有相等，所以可將任一三角形轉為 Y 型電路)



2. 如右圖所示電路，電流 I 為何？

統測 111

- (A) 0.5A
(B) 1A
(C) 1.5A
(D) 2A

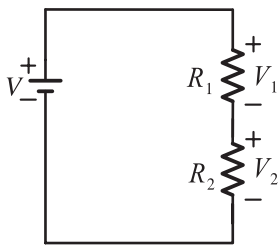


3-7 本章內容摘要

1. 克希荷夫電壓定律 (KVL)：在任一封閉迴路中電壓升與電壓降代數和為零；或總電壓升等於總電壓降。
2. 克希荷夫電流定律 (KCL)：在任一節點上電流代數和為零；或總流入電流等於總流出電流。
3. 串聯電路特性：
 - (1) 串聯電路各元件的電壓降之和，等於所有元件電壓升總和。
 - (2) 串聯總電阻等於所有串聯電阻之和 $R_T = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots + R_N$ 。
 - (3) 串聯的所有元件電流都相同。
 - (4) 電阻值越大，其端電壓越大，此即為電壓分配定則。
 - (5) 元件位置互換，以上所有性質不變。
 - (6) 任一元件斷路，則所有元件都沒有電流。
 - (7) 電路總功率等於各元件功率之和。 $P_T = P_1 + P_2 + P_3 + \cdots + P_N$
4. 並聯電路特性：
 - (1) 並聯電路各元件的電壓降都相同。
 - (2) 並聯總電阻等於所有並聯電阻倒數之和再倒數 $R_T = 1/(1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3 + \cdots + 1/R_N)$ 。
 - (3) 並聯的所有元件流入的電流等於流出的電流之和 $I_T = I_1 + I_2 + I_3 + \cdots + I_N$ 。
 - (4) 電阻值越大，流過的電流越小，此為電流分配定則。
 - (5) 任一元件斷路，其它元件都可正常運作，家用電器都是並聯連接，所以任意電器故障，其它電器都是正常運作。
 - (6) 電路總功率等於各元件功率之和。 $P_T = P_1 + P_2 + P_3 + \cdots + P_N$
5. 串聯電阻電壓分配定則。 R_1, R_2 電阻串聯電阻的分壓與自己電阻成正比

$$V_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V$$

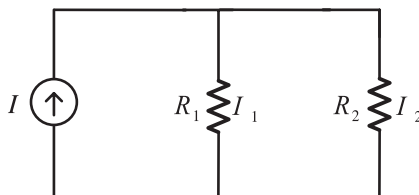
$$V_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V$$



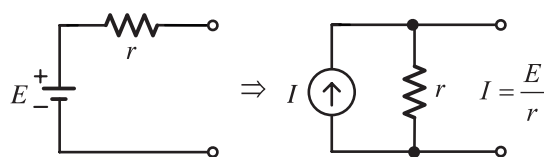
6. 並聯電阻電流分配定則。 R_1, R_2 並聯電阻的分流與自己電阻成反比

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I$$

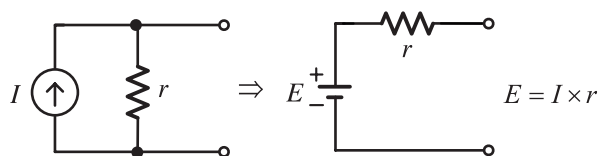
$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$$



7. 實際電壓源為電壓源串聯一內阻，理想電壓源內阻為零，電壓源轉電流源的方式如下：

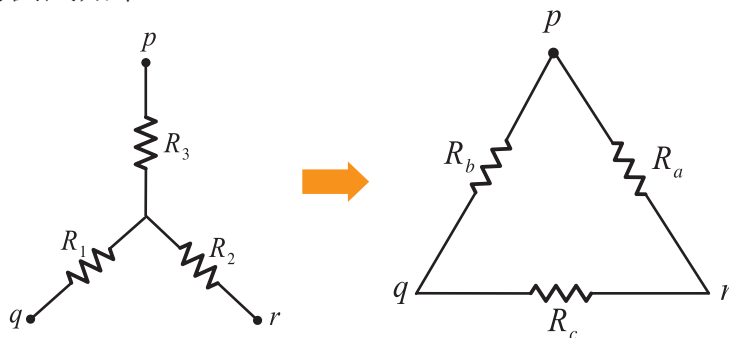


8. 理想電流源為電流源並聯一內阻，理想電流源內阻為無限大，電流源轉電壓源的方式如下：



9. 惠斯登電橋對邊電阻相乘若相等，中央電阻無電流。

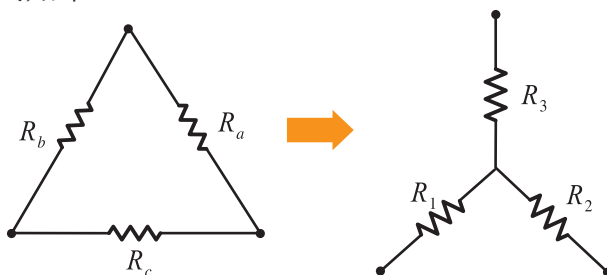
10. Y 轉 Δ 的公式如下：



$$R_a = \frac{\text{電阻兩兩相乘之總和}}{R_a \text{ 對面的電阻}} = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_1} \quad (\text{形狀是 Y})$$

$$R_b = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_2}, \quad R_c = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_3}$$

11. $\triangle$ 轉 Y 的公式如下：



$$R_1 = \frac{\text{原本三角型中，相同位置兩邊電阻相乘}}{\text{三個電阻總和}} = \frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c} \quad (\text{形狀是 } \triangle)$$

$$R_2 = \frac{R_a R_c}{R_a + R_b + R_c}, \quad R_3 = \frac{R_a R_b}{R_a + R_b + R_c}$$

補充說明

1. 定律 (law)：在自然界中，通過大量具體的實驗與驗證，所累積歸納而成的結論。例如，牛頓萬有引力定律、克希荷夫電壓定律、克希荷夫電流定律。
2. 定理 (theorem)：物理、電學、數學上的公式或規則，已證明為真實，稱為「定理」，例如，畢氏定理、戴維寧、諾頓定理。定理比定律適用範圍較窄，通常先要有一些前提，例如，畢氏定理的條件是要有一個直角。戴維寧、諾頓定理也是，僅適用特定的電路，不像克希荷夫電壓、電流定律，是所有電路都適用。
3. 定則 (rule)：定則是一種特定的方法用於解決或計算問題的數學方法，有時也稱作法則，例如，依據克希荷夫電壓定律可以導出電壓分配分配定則，依據克希荷夫電流定律，可導出電流分配定則，將此公式與定則記起來，可以減少計算時間。
4. 公式 (formula)：公式是由定律、定理或定則整理出來的數學式，這樣以後遇到類似的問題，直接計算比較快。例如，串聯電路總電阻為所有電阻的和；並聯電路總電阻為所有電阻倒數和相加再倒數。



5. 性質 (property) 與特性 (attribute)：性質與特性通常用來描述某一定律的現象。例如，依據克希荷夫電壓定律，可以得到以下串聯電路性質：
- (1) 串聯電路的所有元件的電流一定相同。
 - (2) 任一元件燒毀，電流就中斷。
 - (3) 任意元件都可互換位置，不影響總電流。

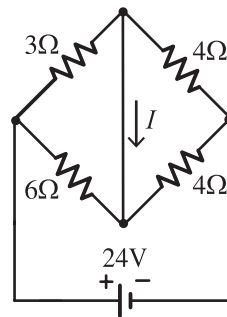
3-8 課後習題

選擇題

1. 如右圖所示，電路中之 I 值為多少？

中油 106

- (A) 8A
(B) 6A
(C) 1A
(D) 0A



2. 將三個額定功率分別為 10W、50W、100W 的 10Ω 的負載電阻串聯在一起，則串聯後所能承受的最大額定功率為多少？

中油 105

- (A) 10W (B) 30W (C) 60W (D) 160W

3. 額定 110V、100W 和 220V、100W 的兩個電燈泡，串接在 110V 的電源上，則此兩個電燈泡消耗之總功率為多少？

中油 105

- (A) 1.25W (B) 20W (C) 50W (D) 100W

4. 有一電池電動勢為 12.5V，內部電阻為 0.5Ω ，若接一負載 2Ω ，求負載之端電壓的為多少？

中油 105

- (A) 8.74V (B) 10V (C) 9.11V (D) 11V

5. 滿刻度 10mA 之電流計，其內阻為分流器電阻之 249 倍，則該電流計能測定之最大電流為多少？

中油 105

- (A) 0.4A (B) 250mA (C) 2.5A (D) 10.25mA

6. 有一電流源，其電流值為 3A，內阻為 4Ω ，請問轉換為等效電壓源後，其電壓值為多少？

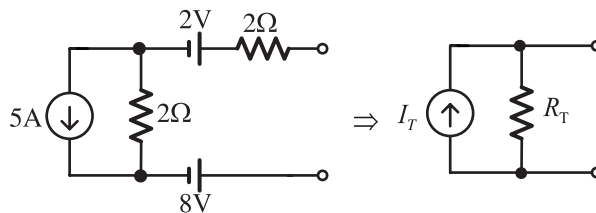
中油 105

- (A) 0.75V (B) 5V (C) 9V (D) 12V

7. 如右圖所示之電路，試計算轉換後之等效電流源 $I_T = ?$

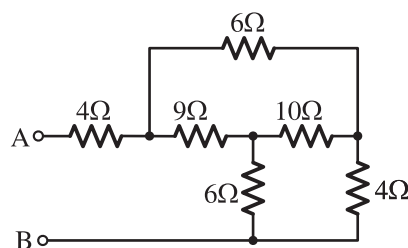
中油 107

- (A) -4A
(B) -2A
(C) 2A
(D) 4A



8. 試求右圖中 A、B 兩端點間的等效電阻。

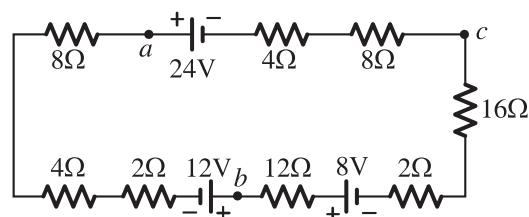
中油 107



9. 如右圖所示之電路，8V 電池之電功率為？

中油 107

- (A) 消耗 4W
(B) 供應 4W
(C) 供應 8W
(D) 消耗 8W



10. 電壓表可以藉由_____電阻來擴大量測範圍，電流表可以藉由_____電阻來擴大量測範圍。

中油 107

- (A) 串聯、串聯 (B) 串聯、並聯 (C) 並聯、並聯 (D) 並聯、串聯

11. 將 4 個 16 歐姆電阻並聯接於 12V 之電壓，下列何者錯誤？

中油 107

- (A) 總電阻小於 16Ω (B) 總消耗功率為 36W
(C) 總阻值為 4Ω (D) 各分支電流為 3A

12. 有一電壓表，內阻為 2.5kΩ，滿刻度電流為 2mA：欲改接成可測量 20V 電壓則須串接上電阻多少 kΩ？

中油 107

- (A) 2.5 (B) 5 (C) 7.5 (D) 6

13. 三個電阻分別為 20Ω、80Ω、240Ω，若將三個電阻並聯後接上電壓為 60 伏特的電源，則線路電流為：

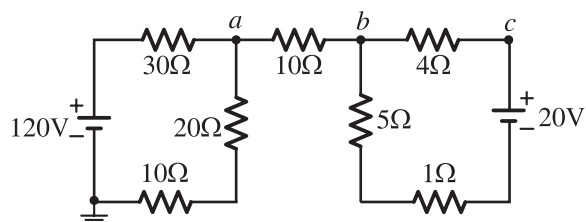
中油 109

- (A) 2 安培 (B) 3 安培 (C) 4 安培 (D) 5 安培

14. 如右圖所示，b 點之電位為多少 V？

中油 109

- (A) 0V
(B) 12V
(C) 20V
(D) 60V



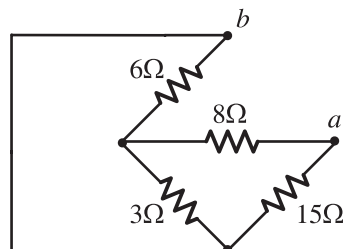
15. 三個電阻分別為 3Ω 、 10Ω 、 2Ω ，若將三個電阻串聯後接上電壓為 30 伏特的電源，則線路電流為：

中油 109

(A) 1 安培 (B) 2 安培 (C) 5 安培 (D) 15 安培

16. 如右圖求 R_{ab} 值為多少？

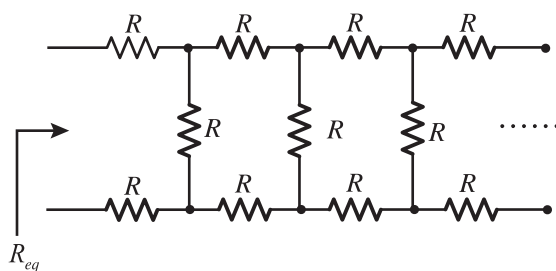
中油 109



(A) 6Ω
(B) 8Ω
(C) 10Ω
(D) 12Ω

17. 如右圖所示電路，求 R_{eq} 為多少？

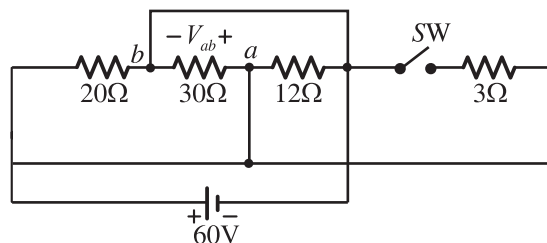
統測 109



(A) $\sqrt{3}R\Omega$
(B) $(1+\sqrt{3})R\Omega$
(C) $\sqrt{2}R\Omega$
(D) $(1+\sqrt{2})R\Omega$

18. 如右圖所示之電路，當開關 SW 打開 (off) 時之 a 、 b 兩端電壓 $V_{ab}(\text{off})$ 與 SW 閉合 (on) 時之 a 、 b 兩端電壓 $V_{ab}(\text{on})$ 之關係為何？

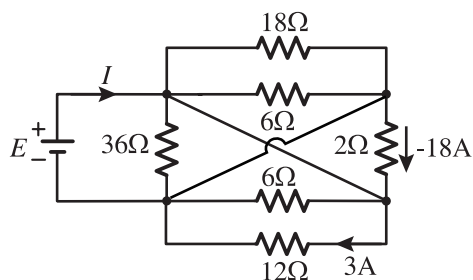
統測 108



(A) $V_{ab}(\text{off})=12V_{ab}(\text{on})$
(B) $V_{ab}(\text{off})=4.5V_{ab}(\text{on})$
(C) $V_{ab}(\text{off})=V_{ab}(\text{on})$
(D) $V_{ab}(\text{off})=0.5V_{ab}(\text{on})$

19. 如右圖所示之電路，則 E 和 I 之值各為何？

統測 108

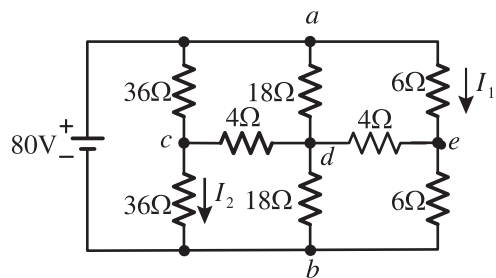


(A) 36V, 54A
(B) 36V, 36A
(C) 54V, 54A
(D) 54V, 36A

20. 如右圖所示之電路，則 I_1 與 I_2 之關係為何？

統測 108

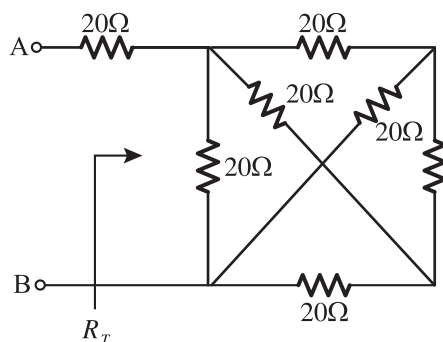
- (A) $I_1 = 12I_2$
 (B) $I_1 = 6I_2$
 (C) $I_1 = 3I_2$
 (D) $I_1 = I_2$



21. 求 A 、 B 端的等效電阻 R_T 為何（如右圖）？

身心障礙 112

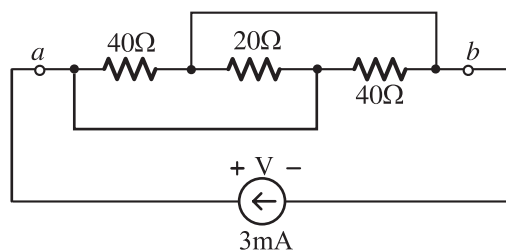
- (A) 10Ω
 (B) 20Ω
 (C) 30Ω
 (D) 40Ω



22. 如右圖所示，電流源兩端的電壓 V 為多少伏特？

身心障礙 112

- (A) 0.03 伏特
 (B) 0.3 伏特
 (C) 0.06 伏特
 (D) 0.6 伏特



23. 將內阻 $10k\Omega$ 、 $150V$ 之直流伏特計與另一台內阻 $10k\Omega$ 、 $200V$ 之直流伏特計串聯，則可量測之最高電壓為多少 V ？

自來水 111

- (A) 150 (B) 200 (C) 300 (D) 350

素養觀念題

- 小明使用三用電表歐姆檔量測電阻，小華也說，我也來量，然後也同時量測，請問此時量測值是變低、變高、或不變？
- 小明使用三用電表電壓檔量測直流電壓，小華也說，我也來量，然後也同時量測，請問此時量測值是變低、變高、或不變？
- 小明使用三用電表電流檔量測直流電流，小華也說，我也來量，然後也同時量測，請問此時量測值是變低、變高、或不變？請問其值是否變化很大？

4. 小明因為家裡來一群客人，就同時使用電子鍋煮飯、一個電鍋蒸魚、一個電鍋蒸肉、烤箱烤麵包，5分鐘後廚房就斷電，請問為什麼呢？可否研究一下廚房有沒有專用線路？配電盤有沒有廚房專用無熔絲開關？此無熔絲開關容許的最大電流是多少？廚房可同時使用最大電流或功率是多少？每一個電子鍋、電鍋、烤箱有沒有標示功率？且此四個電器同時使用時的總電流、總功率是多少？
5. 小明買一個延長線，如圖(1)，家裡有一電子鍋，其功率標示如圖(2)，請問此延長線，至多可以同時使用幾個電子鍋？

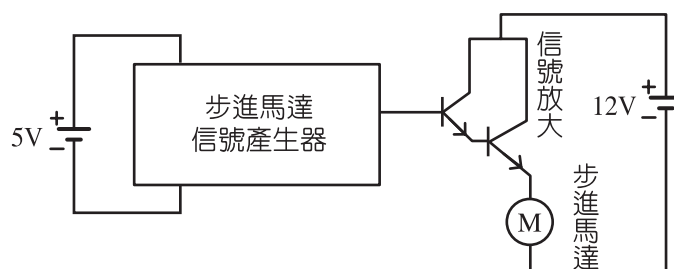


圖(1)



圖(2) 電子鍋功率貼圖

6. 小明與小華合作步進馬達專題，小明負責製作步進馬達信號產生器的電路，如圖(3)左邊，小華負責將信號放大然後推動步進馬達，如圖(3)右邊，雙方個別測試都正常運轉，但連在一起，如圖(3)，步進馬達卻不動，請問原因呢？



圖(3) 步進馬達驅動電路示意圖

MEMO



直流網路分析

學習大綱

- 4-1 節點電壓法
- 4-2 迴路電流法
- 4-3 重疊定理
- 4-4 戴維寧定理
- 4-5 諾頓定理
- 4-6 戴維寧與諾頓等效電路
- 4-7 最大功率轉移
- 4-8 本章內容摘要與綜合範例
- 4-9 課後習題

學習目標

1. 可以使用節點電壓法，計算電路電壓與電流。
2. 可以使用迴路電流法，計算電路電壓與電流。
3. 可以使用重疊定理，計算電路電壓與電流。
4. 可以使用戴維寧定理，計算電路電壓與電流。
5. 可以使用諾頓定理，計算電路電壓與電流。
6. 可以將戴維寧與諾頓等效電路互換，計算電路電壓與電流。
7. 可以設計負載的大小，得到最大功率轉移。

第三章已經介紹一些簡單串聯、並聯、惠斯登電橋、Y 型、 Δ 型等電路型態，這些簡單電路可以使用第三章對應方法解出負載的電流與電壓。但是當電路越來越複雜，無法以第三章的方法直接解題，科學家則以歐姆定律、KVL、KCL 為基礎，找出一些解出負載電流的方法，分別是節點電壓法、迴路電流法、重疊定理、戴維寧定理、諾頓定理、戴維寧與諾頓等效電路等方法，這些方法並沒有優劣之分，而是需要工程師逐一方法嘗試，找出適合此問題的方法，此一解題的過程，我們就稱為直流網路分析，而且因為電路比較複雜了，我們不稱電路分析，而是改稱網路分析。

以下 4-1 ~ 4-5 節，我們逐一介紹以上 5 種方法，4-8 節則同一電路，逐一使用 5 種方法解題。

4-1 節點電壓法

節點電壓法（node voltage method）是分析網路中各節點電壓的常用方法，主要是利用克希荷夫電流定律（KCL），寫出節點的電流方程式，再依歐姆定律，由電阻建立所有電壓與電流關係，再解聯立方程式求得節點電壓，有了節點電壓，就能解出所有電流。首先以圖 4-1a 介紹本節相關名詞如下：

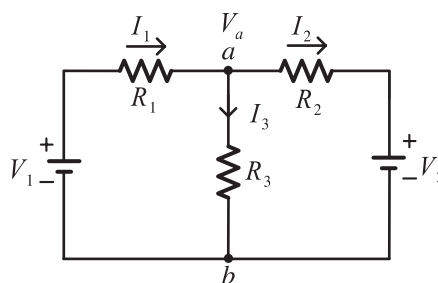


圖 4-1a 節點電壓法相關名詞

1. 節點：三個或三個以上支路的連接點，如圖 4-1a 的 a, b 節點。
2. 接地節點：當作零電位或接地點的節點，通常選定最下方的 b 節點。
3. 節點電壓：各節點對接地節點之間的電位差，如圖 4-1a 中的 V_a 。
4. 支路電流：如圖 4-1a 中的 I_1 、 I_2 及 I_3 。

解題步驟

節點電壓法的解題步驟說明如下：

1. 標示節點，如圖 4-1a 的 a, b 節點。
2. 選定接地節點，其電壓值為零。

3. 標示節點電壓，如圖 4-1a 中的 V_a 。
4. 若電阻的兩端電壓為已知，可直接先求電流。
5. 標示所有支路電流與方向，通常以 I_1 、 I_2 及 I_3 等標示之，遇到已知電流源，則以其方向為該支路之電流方向，如範例 4-1b 的 3mA 電流源。
6. 以 KCL 寫出電流方程式，若有 N 個節點的電路通常需列出 $N-1$ 個電流方程式。
7. 將 KCL 方程式的每一支路電流，依據歐姆定律，以每一支路的起點電壓加上支路電壓源升降，減去支路終點電壓之和，最後除以支路總電阻帶入，解出節點電壓。

$$\text{每一支路電流} = \frac{(\text{支路起點電壓}) + (\text{支路電壓源升降}) - (\text{支路終點電壓})}{\text{支路總電阻}}$$

8. 由節點電壓解出支路電流，如果求得的電流值為負，表示該電流的方向與原假設方向相反。以上解題步驟，請看以下範例說明。

範例4-1a

電路如圖 (1)，求所有電阻的電流。

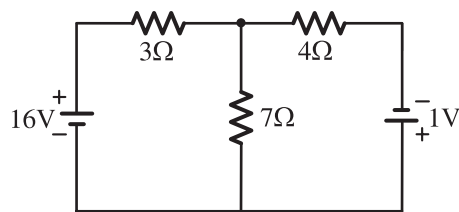


圖 (1)

解

- (1) 找出節點，本例共 2 個節點 a 與 b 。
- (2) 選定接地節點，如圖 (2) 的 b 節點。
- (3) 標示未知電壓節點名稱，本例於上面節點 a 標示 V_a 。
- (4) 標示支路電流，本例標示 I_1 、 I_2 、 I_3 。
(方向先任意，但還是以電壓較大者為流出)

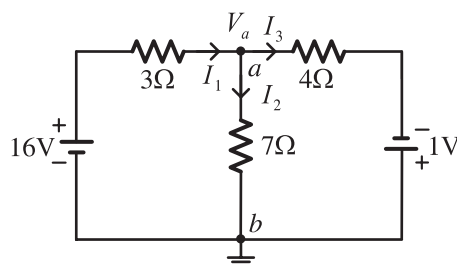


圖 (2)

(5) 於未知電壓節點，依 KCL 寫出電流方程式。本例於 V_a 節點寫出電流方程式如下：

$$I_1 = I_2 + I_3 \quad \cdots \cdots (1)$$

(6) 依據歐姆定律，將方程式 (1) 的支路電流以起點電壓加上電壓源的升降減去終點電壓除以電阻代入。

$$\frac{0+16-V_a}{3} = \frac{V_a-0}{7} + \frac{V_a+1-0}{4} \quad \cdots \cdots (2)$$

(依據節點電壓法解題步驟第 7 點，以上「 $0+16-V_a$ 」表示：0 是 I_1 起點，16 是 I_1 從電壓源正極出去， V_a 是終點；「 V_a-0 」表示： V_a 是 I_2 起點，0 是 I_2 終點；「 V_a+1-0 」表示： V_a 是 I_3 起點，1 是 I_3 從電壓源正極出去，0 是 I_3 終點)

(7) 將 (2) 式分母通分，得到 $28(16-V_a) = 12V_a + 21(V_a+1) \Rightarrow V_a = 7V$ 。

(8) 將 $V_a = 7$ 代入 (2) 式，分別得到 $I_1 = 3A$ ， $I_2 = 1A$ ， $I_3 = 2A$ 。若是電流為負，表示與圖 (2) 的標示方向相反。

自我練習

1. 如圖 (3)，試求所有電阻的電流與方向？
2. 如圖 (4)，試求所有電阻的電流與方向。(提示：若電阻兩端電壓皆為已知，則直接求其電流)
3. 如圖 (5)，試求所有支路電流與方向？

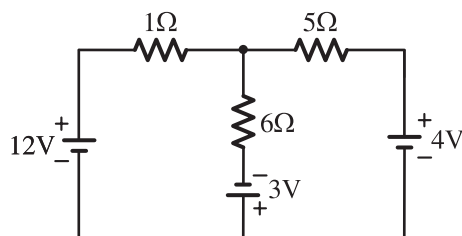


圖 (3)

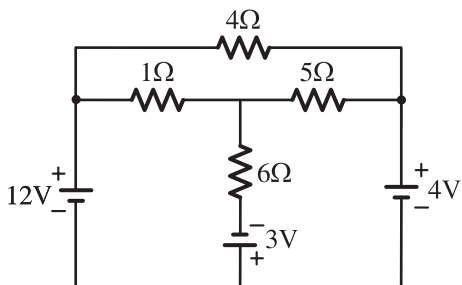


圖 (4)

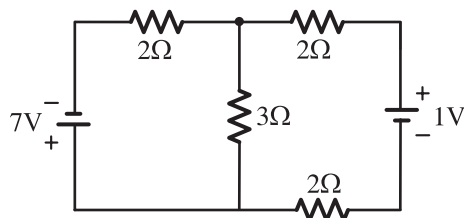


圖 (5)

4. 如圖 (6)，求所有電阻的電流與方向？

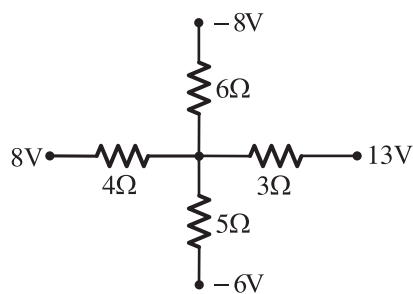


圖 (6)

範例4-1b

電路如圖 (1)，試求 $I = ?$ 統測 111

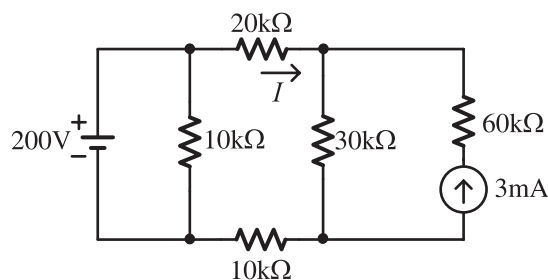


圖 (1)

解

1. 本例共 3 個節點，分別標示 V_1 ， V_2 ，Gnd，如圖 (2)。
2. 左邊 $10k\Omega$ 兩端的電壓為已知，可直接求其電流。
3. 標示各支路的電流，如圖 (2)。
4. V_1 節點的電流方程式如下：

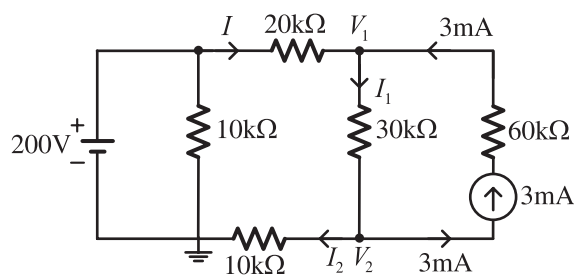


圖 (2)

$$I + 3m = I_1 \text{ 依據歐姆定律} \Rightarrow \frac{200 - V_1}{20k} + 3m = \frac{V_1 - V_2}{30k} \quad \dots\dots\dots(1)$$

5. V_2 節點的電流方程式如下：

$$I_1 = I_2 + 3m \text{ 依據歐姆定律} \Rightarrow \frac{V_1 - V_2}{30k} = \frac{V_2}{10k} + 3m \quad \dots\dots\dots(2)$$

6. 將 (1) 通分

$$\frac{600 - 3V_1}{60k} + \frac{180}{60k} = \frac{2V_1 - 2V_2}{60k} \Rightarrow 5V_1 - 2V_2 = 780 \Rightarrow 10V_1 - 4V_2 = 1560 \quad \dots\dots\dots(3)$$

7. 將 (2) 通分

$$\frac{V_1 - V_2}{30k} = \frac{3V_2}{30k} + \frac{90}{30k} \Rightarrow V_1 - 4V_2 = 90 \quad \dots\dots\dots(4)$$

8. 使用加減消去法，將 (3)-(4) 得到

$$9V_1 = 1470 \Rightarrow V_1 = 163$$

$$9. \quad I = \frac{200 - 163}{20k} = \frac{37}{20k} = 1.8mA$$

自我練習

1. 如圖 (3)，求所有電阻的電流與方向？
2. 如圖 (4)，求所有電阻的電流與方向？

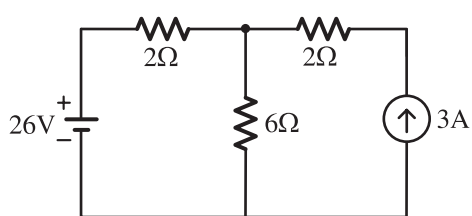


圖 (3)

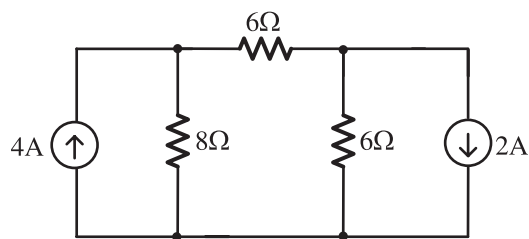


圖 (4)

3. 如圖 (5) 所示電路，下列敘述何者正確？

統測 109

- (A) 2.5A 電流源供應 5W 功率
 (B) 12V 電流源供應 10W 功率
 (C) $V_x = 12V$
 (D) 四個電阻共消耗 40W 功率

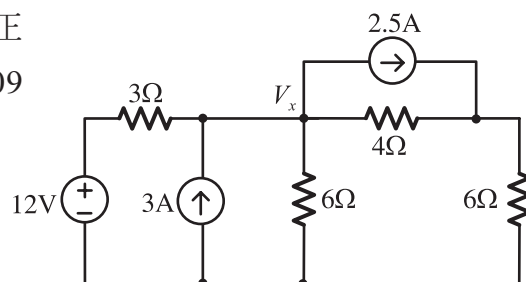


圖 (5)

4. 如圖 (6) 所示電路，求 I 約為多少？

統測 112

5. 如圖 (7) 所示電路，電流 I_a 與 I_b 分別為何？

統測 112

6. 如圖 (8) 所示電路，電流 I 為何？

統測 112

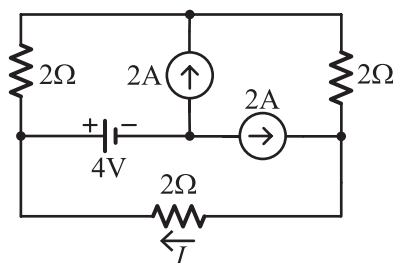


圖 (6)

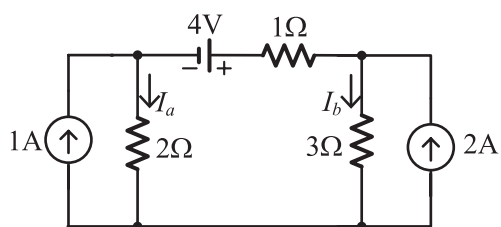


圖 (7)

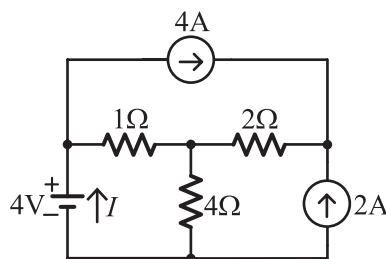


圖 (8)

4-2 迴路電流法

前面 4-1 節的節點電壓法是找出節點，然後根據 KCL 寫出節點電流方程式，本節的迴路電流法 (loop current analysis method)，則是找出網目 (迴路內無迴路的迴路稱為網目) 的 KVL 方程式，請看以下範例說明。

範例 4-2a

如圖 (1) 所示電路，求所有電阻的電流。

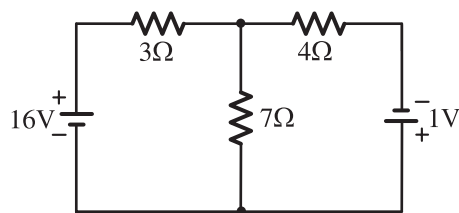


圖 (1)

解

1. 找出封閉迴路，本例共 3 個，分別是 ℓ_1 ， ℓ_2 ， ℓ_3 ，如圖 (2)。

2. 找出網目，本例 ℓ_3 內有 ℓ_1 與 ℓ_2 ，不是網目， ℓ_1 與 ℓ_2 迴路內無其它迴路稱為網目，所以網目有 2 個，分別是 ℓ_1 與 ℓ_2 。

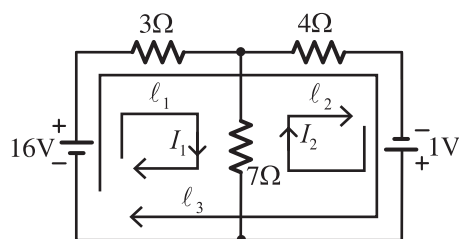


圖 (2)

3. 依據 KVL，寫出網目迴路的方程式。(自己迴路的電阻都是壓降，相鄰迴路電流方向若相同也是壓降，若方向相反則是壓升)

4. ℓ_1 迴路 KVL 方程式如下：

$$16 - (3+7)I_1 + 7I_2 = 0 \quad (\ell_2 \text{ 於 } 7\Omega \text{ 的電流方向與 } \ell_1 \text{ 相異，所以 } 7I_2 \text{ 是相加})$$

5. ℓ_2 迴路 KVL 方程式如下：

$$1 - (7+4)I_2 + 7I_1 = 0 \quad (\ell_1 \text{ 於 } 7\Omega \text{ 的電流方向與 } \ell_2 \text{ 相異，所以 } 7I_1 \text{ 是相加})$$

6. 整理以上方程式

$$-10I_1 + 7I_2 = -16$$

$$7I_1 - 11I_2 = -1$$

7. 解以上二元一次方程式可用國中教的加減消去法或代入消去法，但現在因電腦程式語言已經很普遍，所以使用公式法撰寫以下 Python 程式：

```
#二元一次方程式如下：
#a1x+b1y=c1
#a2x+b2y=c2
#係數如下：
a1,b1,c1=-10,7,-16
a2,b2,c2=7,-11,-1
#依據克拉瑪公式，二元一次方程式的解如下：
d=a1*b2-a2*b1
x=(c1*b2-c2*b1)/d
y=(a1*c2-a2*c1)/d
print(x,y) # x=3,y=2
```

8. 由以上程式，解出 $x=3$ ， $y=2$ ，以上 x,y 都是正數，表示電流方向與原假設方向相同，也就是 $I_1=3A$ (向下)， $I_2=2A$ (向上)，若得到負數，表示電流方向與原假設方向相反。
9. 由以上分析，得到 $I_3\Omega = I_1=3A$ (向右)， $I_4\Omega = I_2=2A$ (向右)， $I_7\Omega = I_1 - I_2=1A$ (向下)。(以上結果與範例 4-1a 的節點電壓法相同)

自我練習

1. 同範例 4-1a 的自我練習 1，請用迴路電流法。
2. 同範例 4-1a 的自我練習 2，請用迴路電流法。
3. 同範例 4-1a 的自我練習 3，請用迴路電流法。

範例4-2b

同範例 4-1b，但改用迴路電流法。

解

1. 取 2 個封閉網目如圖 (1)。(本例網目來看有 3 個，但 $10k\Omega$ 兩端的電壓皆為已知，可直接求其電流)

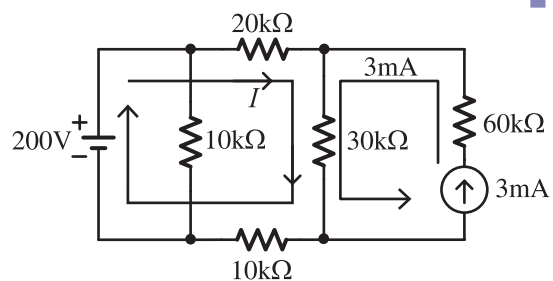


圖 (1)

2. 左邊網目列出 KVL 方程式如下：

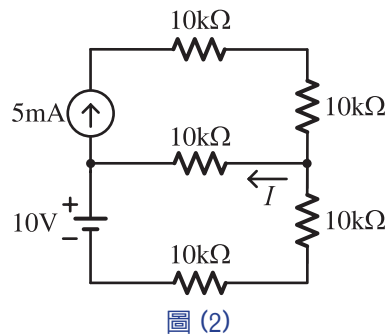
$200 - (20k + 30k + 10k)I - 3m \cdot 30k = 0$ （右邊網目電流就是 3mA 逆時針，所以僅剩 1 個網目）

3. 簡化以上方程式如下：

$$-60k I = 90 - 200 \Rightarrow -60k I = -110 \Rightarrow I = 1.8mA$$

自我練習

1. 同範例 4-1b 的自我練習 1，請改用迴路電流法。
2. 同範例 4-1b 的自我練習 2，請改用迴路電流法。
3. 如圖 (2) 所示電路，電流 I 為何？ 統測 111



4-3 重疊定理

重疊定理 (superposition theorem)：當有多個電源時，可以每次處理一個電源對負載的電流效應，最後累加該負載所有電流的和（但要考慮方向），而被忽略的電源則依理想電源處理，因為理想電壓源的內阻為零，故形同短路；理想電流源內阻無限大，故形同斷路，本定理很適合處理同時包含電壓源與電流源的電路，請看以下範例說明。

範例4-3a

如圖 (1) 所示電路，求 I 是多少？

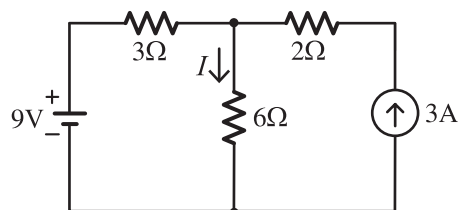


圖 (1)

解

1. 本例共有 2 個電源，一個電壓源，一個電流源，依照重疊定理，表示可以分開計算每一個電源對 6Ω 的電流效應。
2. 先計算 $9V$ 電壓源對 6Ω 的效應，被忽略的 $3A$ 電流源，依理想電流源的內阻無限大，形同斷路，所以電路如圖 (2)，此時 $I_1 = \frac{9}{9} = 1A$ （向下）。
3. 次計算 $3A$ 電流源對 6Ω 的效應，被忽略的 $9V$ 電源，依理想電壓源的內阻為 0 ，形同短路，所以電路如圖 (3)，此時 I_2 依分流定則，電流與自己電阻成反比 $I_2 = 3 \cdot \frac{3}{6+3} = 1A$ 向下。
4. 累加所有電源對 6Ω 的效應，且要留意其方向，本例 $I = I_1 + I_2 = 1 + 1 = 2A$ 向下。

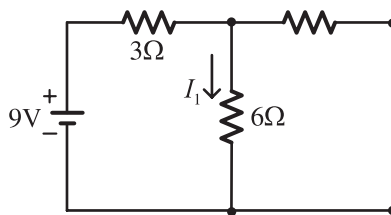


圖 (2)

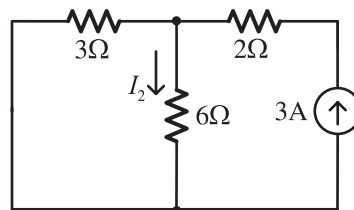


圖 (3)

自我練習

1. 電路同範例圖 (1)，但分別以節點電壓法與迴路電流法解題。

範例4-3b

如圖 (1) 所示電路，電流 I 約為何？ 統測 112

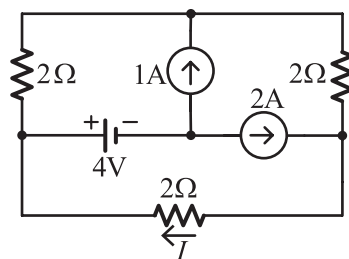


圖 (1)

解

1. 本例 3 個電源，有電壓源，也有電流源，依據重疊定理，可以分別計算 I ，然後再合併。

2. 計算 1A 電流源對 2Ω 負載的效應，被忽略的電壓源短路，電流源開路，等效電路如圖 (2)，依照分流定則：

$$I_1 = \frac{2}{2+4} \cdot 1 = \frac{1}{3} \text{ A (向左)}$$

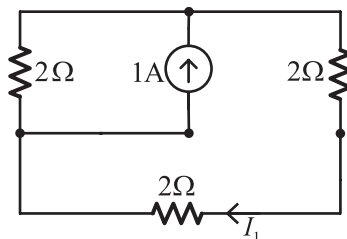


圖 (2)

3. 計算 2A 電流源對 2Ω 負載的效應，等效電路如圖 (3)，依照分流定則：

$$I_2 = \frac{4}{2+4} \cdot 2 = \frac{4}{3} \text{ A (向左)}$$

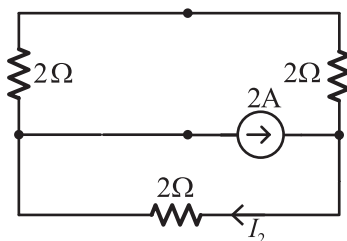


圖 (3)

4. 計算 4V 電壓源對 2Ω 負載的效應，等效電路如圖 (4)。

$$I_3 = 0 \text{ A}$$

5. 加總以上電流。(請留意每個電流的方向)

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = \frac{1}{3} + \frac{4}{3} + 0 = \frac{5}{3} \div 1.67 \text{ A 向左}$$

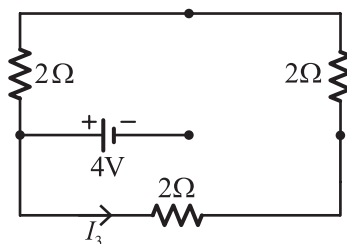


圖 (4)

自我練習

1. 如圖 (5) 所示電路，電流 I_a 與 I_b 分別為何？
統測 112

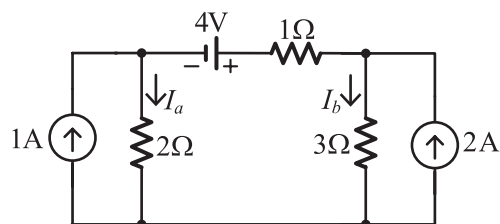


圖 (5)

2. 如圖 (6) 所示電路，電流 I 為何？
統測 112

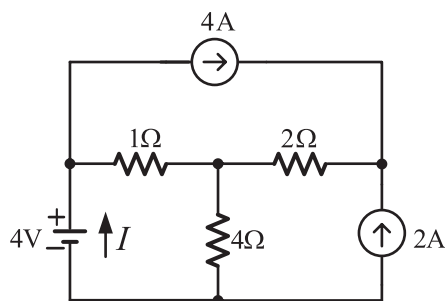


圖 (6)

3. 如圖 (7) 所示電路，電流 I 為何？
統測 112

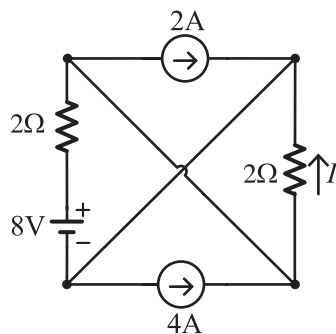


圖 (7)

4-4 戴維寧定理

戴維寧定理

戴維寧定理 (Thevenin's theorem) 是一個電路簡化技巧，用來求任一複雜的線性網路（如圖 4-4a）中某一負載（如圖 4-4a 中的 R_L ）的電流與電壓，因為抽離此負載後，剩下的電路（圖 4-4a， a, b 兩點左邊）可以化簡為一電壓源 (V_{th}) 與一電阻 (R_{th}) 串聯的等效電路；其中電壓源 V_{th} 稱為此一複雜線性網路的「戴維寧等效電壓」，電阻 R_{th} 則稱為「戴維寧等效電阻」，如圖 4-4b。戴維寧定理的解題步驟如下：

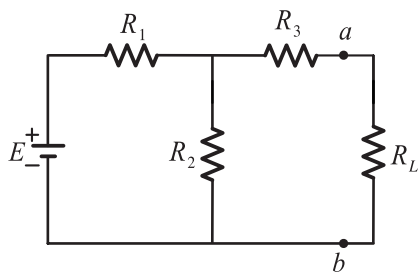


圖 4-4a 任一複雜的線性網路

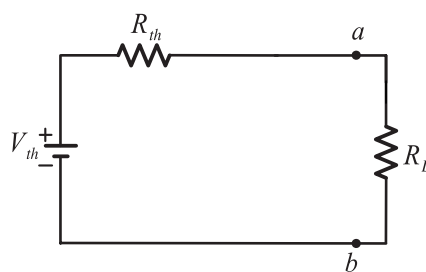


圖 4-4b 任一複雜的線性網路

1. 抽離負載（要求解電流或電壓的元件稱為負載）
2. 求 V_{th} ：
抽離負載後，從負載端量測的電壓即為 V_{th} 。
3. 求 R_{th} ：
 - (1) 若有電壓源，將電壓源短路。
 - (2) 若有電流源，將電流源開路。
 - (3) 從負載端量測的電阻即為 R_{th} 。以下範例，我們以戴維寧定理解題，讀者自能活用以上戴維寧定理。

範例4-4a

電路如圖 (1)，請計算 R_4 電流。

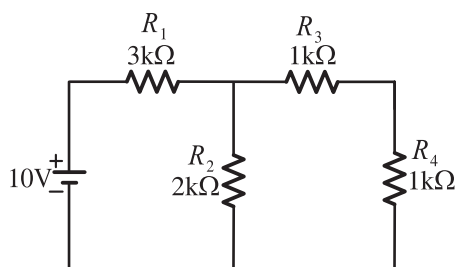


圖 (1)

解

1. 要求 R_4 電流， R_4 就是負載，抽離負載 R_4 ，並在抽離處標示 a, b 兩點，電路如圖 (2)。

2. 求 V_{th} ：

如圖 (2)， a, b 兩點的電壓即為 V_{th} ，現在開路了， R_3 沒電流，所以 a, c 兩點等電位，此時 c 點電壓，即為 V_{th}

$$V_{th} = (10 / (3k + 2k)) * 2k = 4V$$

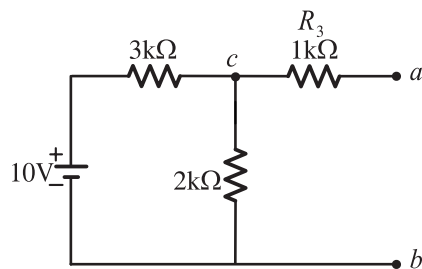


圖 (2)

3. 求 R_{th} ：

(1) 將電壓源短路，如圖 (3)。

(2) 從負載端 a, b 兩點量測的電阻，即為 R_{th} 。

$$R_{th} = (3k // 2k) + 1k = 1.2k + 1k = 2.2k$$

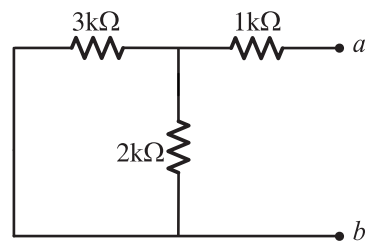


圖 (3)

4. 畫出戴維寧等效電路，如圖 (4)，計算 I_L 。

$$I_L = 4 / (2.2k + 1k) = 1.25mA$$

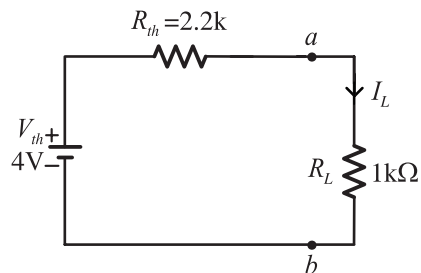


圖 (4)

自我練習

1. 如圖 (5) 所示電路，請以戴維寧定理求

$$I_{3\Omega} = ?$$

提示：

- (1) 3Ω 電阻打開，如圖 (6)。
- (2) 如圖 (6)， $V_{th} = V_a$ 。
- (3) R_{th} 如圖 (7)。
- (4) 畫出戴維寧等效電路，如圖 (8)。

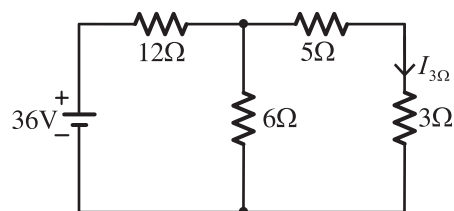


圖 (5)

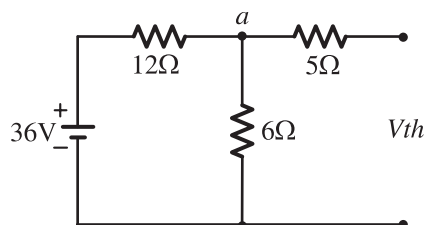


圖 (6)

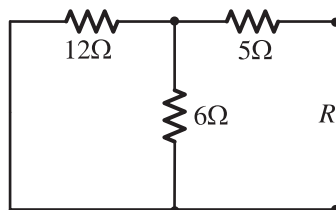


圖 (7)

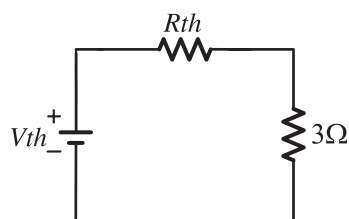


圖 (8)

$$(5) I_{3\Omega} = \frac{V_{th}}{R_{th} + 3}$$

2. 同上題，求流經 5Ω 電阻的電流？
3. 同上題，求流經 6Ω 電阻的電流？
4. 同上題，求流經 12Ω 電阻的電流？
5. 如圖 (9) 所示，由 R_L 看入之戴維寧等效 V_{th} 、 R_{th} 為何？身障四等 92
6. 如圖 (10) 所示，以戴維寧定理求 $I_{8\Omega}$ 的電流是多少安培？

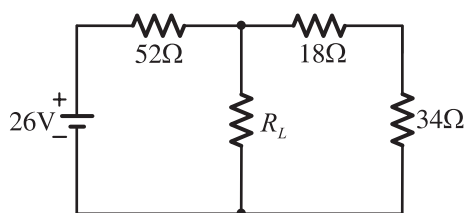


圖 (9)

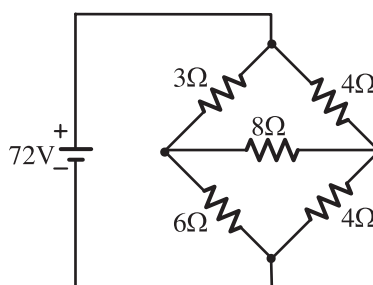


圖 (10)

提示：

1. 將負載 8Ω 移開，電路如圖 (11)。

2. 求 V_{th} ：

(1) 求 V_a ，求 V_b

(2) $V_{th} = V_a - V_b$

3. 求 R_{th} ：

(1) 將電壓源短路，且將上面的 3Ω 、 4Ω 往下翻，電路如圖 (12)。

(2) $R_{th} = R_{ab}$

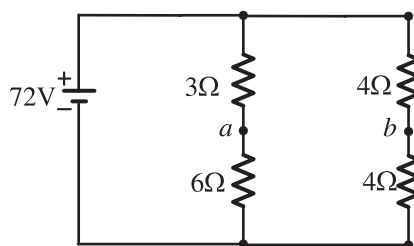


圖 (11)

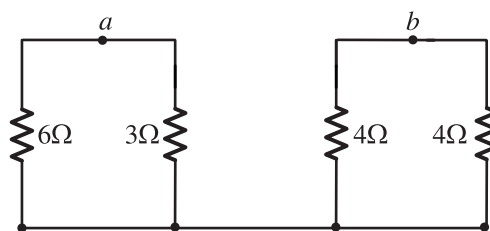


圖 (12)

範例4-4b

電路如圖 (1)，請以戴維寧定理求 9Ω 電阻的電流。(本例 V_{th} 還要使用重疊定理)

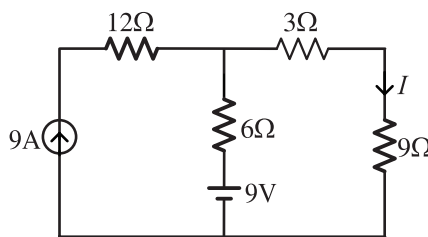


圖 (1)

解

1. 將負載 9Ω 電阻打開，如圖 (2)。

2. 求 V_{th} ：

(1) 有 2 個電源，可以使用重疊定理。

(2) 計算 $9A$ 的效應，被忽略的電壓源短路，如圖 (3)。

$$V_1 = V_a = 6 \cdot 9 = 54V$$

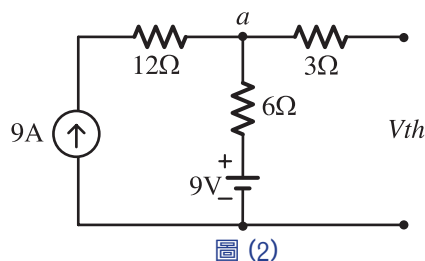


圖 (2)

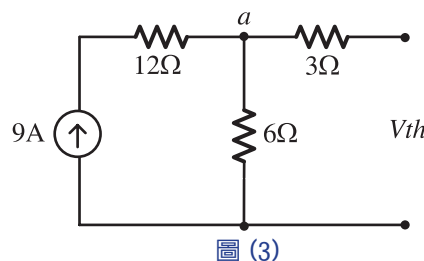


圖 (3)

(3) 計算 9V 的效應，被忽略的電流源開路，如圖 (4)。

$$V_2 = V_a = 9V$$

$$(4) V_{th} = V_1 + V_2 = 63V$$

(5) 以上 V_{th} 亦可使用迴路電流法，

此一迴路電流為 9A，所以

$$V_{th} = V_a = 9 \cdot 6 + 9 = 63V$$

3. 求 R_{th} ：

(1) 將電壓源短路，將電流源開路，如圖

(5)，從負載端量得的電阻即為 R_{th} 。

$$R_{th} = 3 + 6 = 9\Omega$$

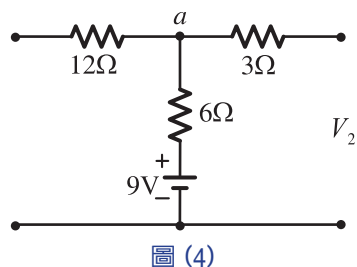


圖 (4)

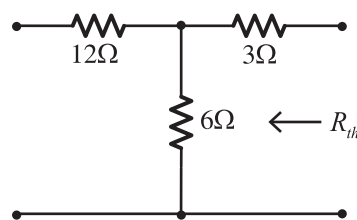


圖 (5)

4. 畫出戴維寧等效電路，如圖 (6)，計算 $I_{9\Omega}$ 電流如下：

$$I_{9\Omega} = \frac{V_{th}}{R_{th} + R_L} = \frac{63}{9 + 9} = 3.5A$$

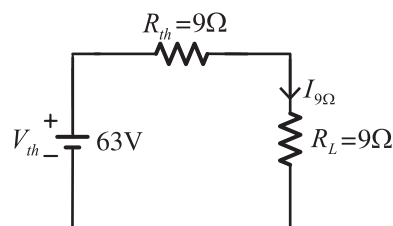


圖 (6)

自我練習

1. 如圖 (7) 所示電路， a 、 b 兩端之戴維寧等效電壓為多少伏特？ 身障五等 92

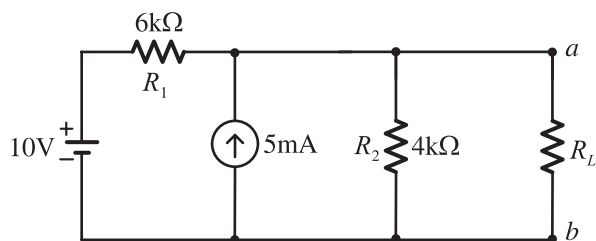


圖 (7)

2. 如圖 (8) 所示，試計算 AB 兩點間之戴維寧等效電壓為多少？ 普考一試 93

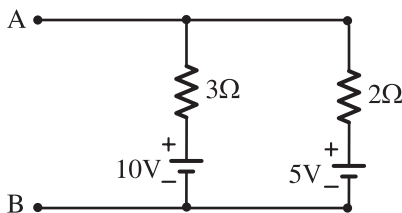


圖 (8)

3. 如圖 (9) 所示，試求 AB 兩點間的戴維寧等效電壓值？ 普考 93

4. 如圖 (10) 所示，則 a 、 b 二端看入之戴維寧等效電阻為何？ 統測 110

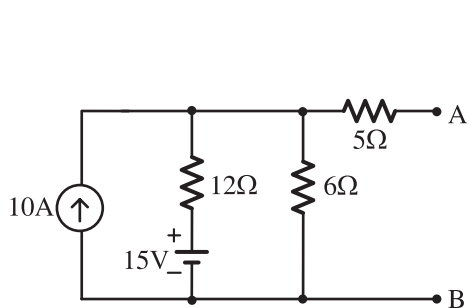


圖 (9)

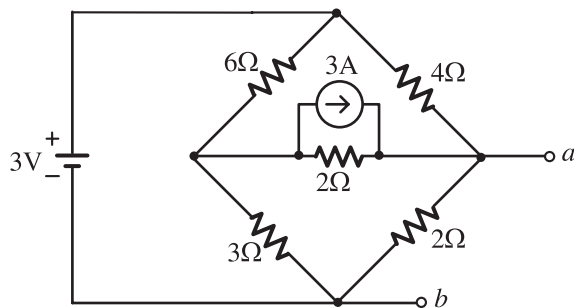


圖 (10)

5. 如圖 (11) 所示之電路，則由 a 、 b 兩端看入之戴維寧等效電路之電壓 E_{th} 和電阻 R_{th} 各為何？ 統測 108

(A) $E_{th} = -18V$ ， $R_{th} = 10\Omega$

(B) $E_{th} = 24V$ ， $R_{th} = 10\Omega$

(C) $E_{th} = -18V$ ， $R_{th} = 24\Omega$

(D) $E_{th} = 24V$ ， $R_{th} = 24\Omega$

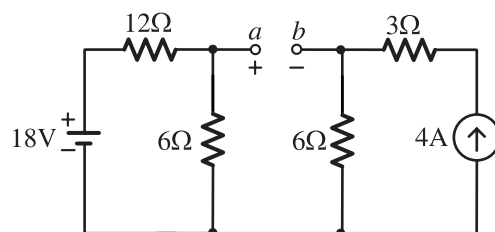


圖 (11)

4-5 諾頓定理

諾頓定理 (Norton's theorem) 也是一個類似戴維寧定理的電路簡化技巧，用來求任一複雜的線性網路（如 4-4 節中圖 4-4a）中某一負載（如圖 4-4a 中的 R_L ）的電流與電壓，因為抽離此負載後，剩下的電路（如 4-4 節圖 4-4a a, b 點看入）可以化簡為一電流源 (I_N) 與一電阻 (R_N) 並聯的等效電路；其中電流源 I_N 稱為此一複雜線性網路的「諾頓等效電流」，電阻 R_N 則與 R_{th} 計算方式相同，但改稱為「諾頓等效電阻」，如圖 4-5a。

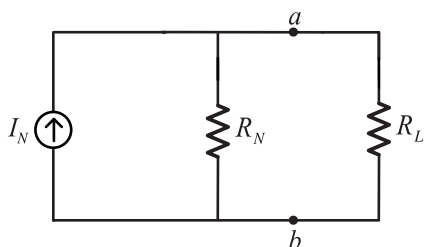


圖 4-5a 諾頓等效電路

諾頓定理的解題步驟如下：

1. 抽離負載（要求解電流或電壓的元件稱為負載）。
2. 求 I_N ：
將負載短路，流經此短路線的電流即為 I_N 。
3. 求 R_N ：求法同戴維寧定理的 R_{th} ，但在此稱為 R_N 。
 - (1) 若有電壓源，將電壓源短路。
 - (2) 若有電流源，將電流源開路。
 - (3) 從負載端量測的電阻即為 R_N 。以下以範例，我們以諾頓定理理解題，讀者自能活用以上諾頓定理。

範例4-5a

電路同範例 4-4a 圖 (1)，但請以諾頓定理求解 R_4 電流 I_L 。

解

1. 要求 R_4 電流， R_4 就是負載，抽離此負載，並標示 a, b 兩點，電路如圖 (1)。

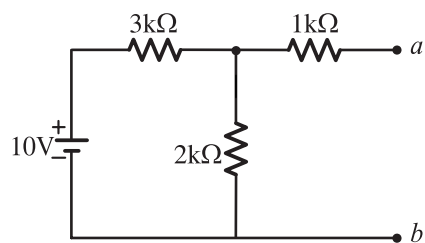


圖 (1)

2. 求 I_N 。

如圖 (2)， a, b 兩點的短路線電流即為 I_N 。

$$R_T = 3k + (1k // 2k) = \frac{11}{3} k\Omega$$

$$I = \frac{10}{\frac{11}{3}k} = \frac{30}{11} \text{mA}$$

$$I_N = \frac{2}{2+1} \cdot I = \frac{2}{3} \cdot \frac{30}{11} \text{mA} = \frac{20}{11} \text{mA}$$

(分流定則，電流與電阻成反比)

3. 求 R_N 。(此與戴維寧定理相同)

(1) 將電壓源短路，如圖 (3)。

(2) 從負載端 a, b 兩點量測的電阻，即為 R_N 。

$$R_N = (3k // 2k) + 1k = \frac{11}{5} k\Omega$$

4. 畫出諾頓等效電路，如圖 (4)，計算

I_L 理論值。

$$I_L = \frac{20m}{11} \times \frac{(\frac{11}{5})k}{(1 + \frac{11}{5})k} = 1.25 \text{mA}$$

(分流定則，電流與電阻成反比)

5. 以上結果與範例 4-4a 使用戴維寧定理的結果相同。

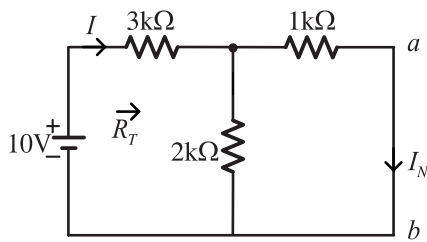


圖 (2)

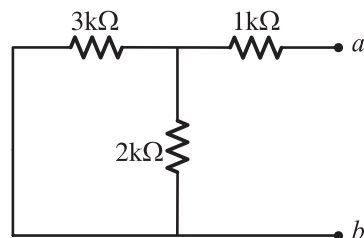


圖 (3)

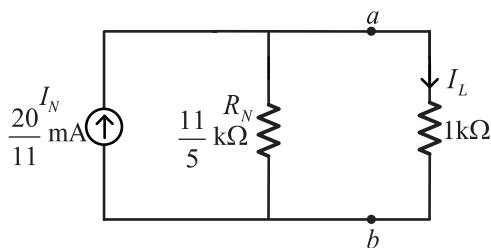


圖 (4)

自我練習

1. 如圖 (5) 所示電路，請以諾頓等效定理求 4Ω 電阻的電流？(身障四等 94) 提示：

(1) 將 4Ω 電阻短路，如圖 (6)，求 I_N 。

(2) 將電壓源短路，從負載端量得電阻，即為 R_N ，如圖 (7)。

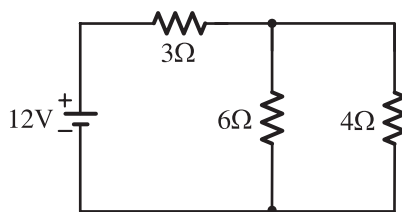


圖 (5)

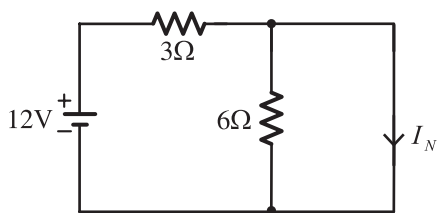


圖 (6)

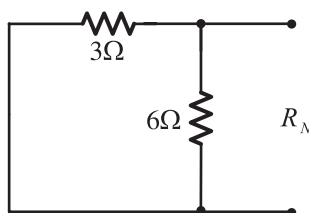


圖 (7)

- (3) 畫出諾頓等效電路，如圖 (8)。
- (4) 依分流定則求 $I_{4\Omega}$ 。
- 同上題，請以諾頓定理求流經 6Ω 的電流？
 - 同上題，請以諾頓定理求流經 3Ω 的電流？
 - 電路如圖 (9)，請以諾頓定理求流經 5Ω 電阻的電流？

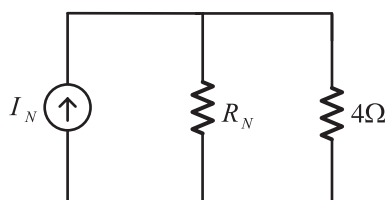


圖 (8)

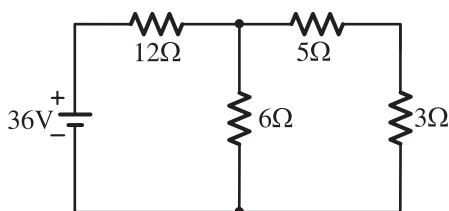


圖 (9)

範例4-5b

如圖 (1) 所示電路，由 a 、 b 兩端看入之諾頓等效電流源 I_N 及等效電阻 R_N 分別為何？

統測 111

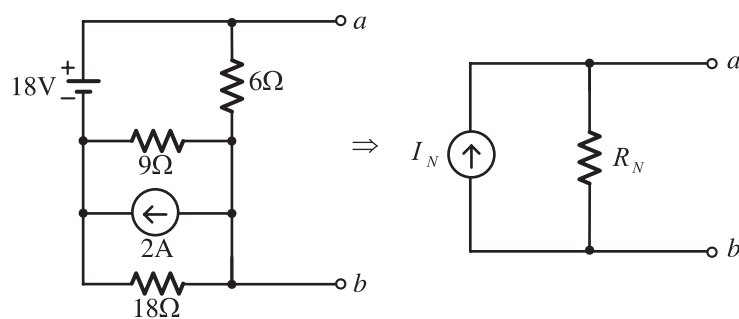


圖 (1)

解

(1) 將 a 、 b 點短路，如圖 (2)，求 a 、 b 兩點的電流即為 I_N 。

(2) 有 2 個電源，使用重疊定理求 I_N 。

(2.1) 計算 18V 的效應，如圖 (3)， 6Ω 被 I_1 短路，所以

$$I_1 = \frac{18}{(9//18)} = \frac{18}{6} = 3\text{A}$$

(2.2) 計算 2A 的效應，如圖 (4)，所有電阻都被短路，所以

$$I_2 = 2\text{A}$$

(2.3) $I_N = I_1 + I_2 = 3 + 2 = 5\text{A}$

(3) 計算 R_N ，將電壓源短路，電流源開路，電路如圖 (5)。

$$R_N = (6//6) = 3\Omega$$

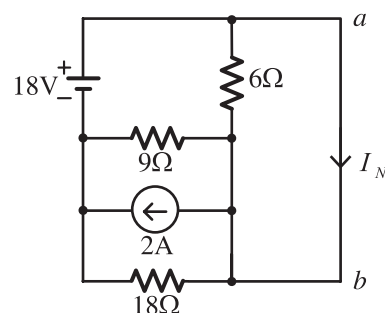


圖 (2)

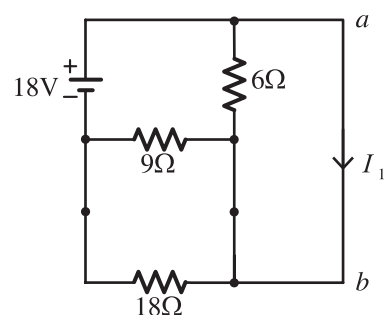


圖 (3)

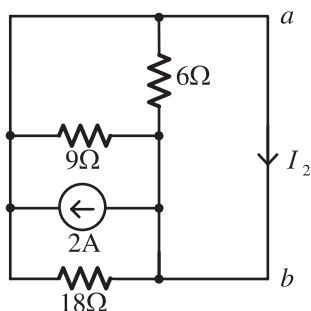


圖 (4)

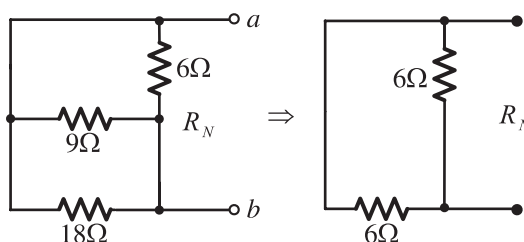


圖 (5)

自我練習

1. 如圖 (6) 所示，則 a 、 b 兩端看入之諾頓等效電流 I_N 及等效電阻 R_N 分別為何？

統測 111

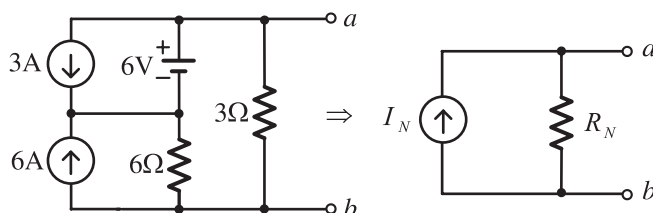
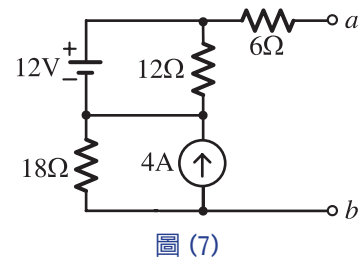


圖 (6)

2. 如圖 (7) 所示之電路，若於 a 、 b 兩端接 24Ω 之負載，則此負載消耗之功率為何？ 統測 108
- (A) 36.0W (B) 48.5W
(C) 62.8W (D) 73.5W



4-6 戴維寧與諾頓等效電路

前面 3-4 節我們有介紹電壓源與電流源可互換，而戴維寧與諾頓等效電路也可互換，其互換規則也相同，說明如下：

戴維寧轉換為諾頓

戴維寧等效電路轉換為諾頓等效電路規則如下：

$$I_N = \frac{E_{th}}{R_{th}} \quad (\text{公式4-1a})$$

$$R_N = R_{th} \quad (\text{公式4-1b})$$

如圖 4-6a：

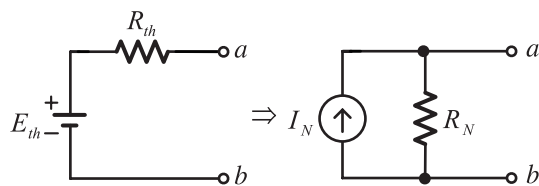


圖 4-6a 戴維寧等效電路轉換為諾頓等效電路

例如，若有戴維寧等效電路如圖 4-6b，則其諾頓等效電路如圖 4-6c。

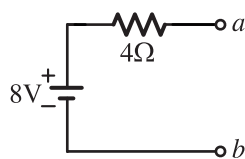


圖 4-6b 戴維寧等效電路

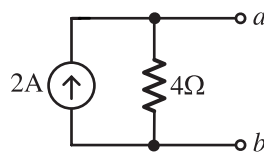


圖 4-6c 諾頓等效電路

諾頓轉換為戴維寧

諾頓等效電路轉換為戴維寧等效電路規則如下：

$$E_{th} = I_N \times R_N \quad (\text{公式4-2a})$$

$$R_{th} = R_N \quad (\text{公式4-2b})$$

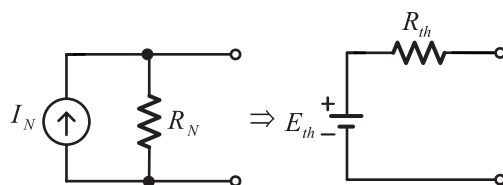


圖 4-6d 諾頓等效電路轉換為戴維寧等效電路

如圖 4-6d：

例如，若有諾頓等效電路如圖 4-6e，則其戴維寧等效電路如圖 4-6f，請留意正負極方向。

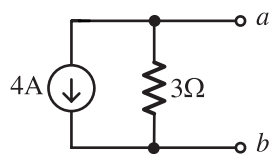


圖 4-6e 諾頓等效電路

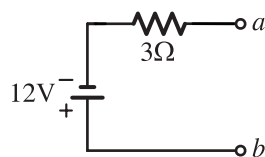


圖 4-6f 戴維寧等效電路

範例4-6a

電路如圖 (1)。

- (1) 請分別畫出其戴維寧與諾頓等效電路？
- (2) 驗證其關係是否 $E_{th} = I_N \cdot R_N$ ， $R_{th} = R_N$ ？
- (3) 分別使用戴維寧與諾頓定理求 $I_{2\Omega}$ 電流，請問是否相同？

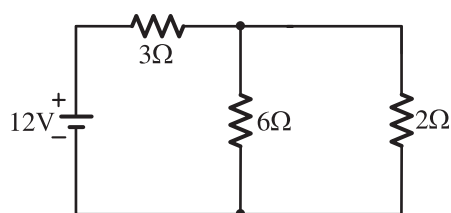


圖 (1)

解

- (1) 本例戴維寧等效電路如圖 (2)， $E_{th} = 8V$ ， $R_{th} = 2\Omega$ ；諾頓等效電路如圖 (3)， $I_N = 4A$ ， $R_N = 2\Omega$ 。
- (2) 以上 E_{th} 、 R_{th} 、 I_N 與 R_N ，滿足 $E_{th} = I_N \cdot R_N$ ， $R_{th} = R_N$ 。
- (3) 如圖 (2) 戴維寧等效電路的 $I_{2\Omega} = 2A$ ，圖 (3) 諾頓等效電路的 $I_{2\Omega} = 2A$ ，以上使用戴維寧與諾頓定理的結果相同。

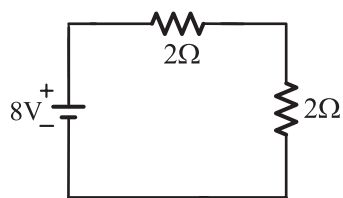


圖 (2)

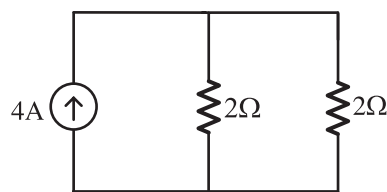


圖 (3)

自我練習

1. 電路如圖 (4)。

摘自地方乙等考試

- (1) 請分別使用戴維寧與諾頓定理求

$$I_{30\Omega} = ?$$

- (2) 驗證以上 V_{th} 、 R_{th} 、 I_N 與 R_N 的關係。

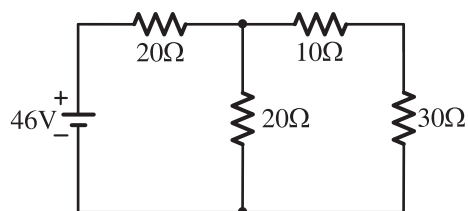


圖 (4)

範例4-6b

於範例 4-5b 已經使用諾頓定理求解 I_N 與 R_N 。

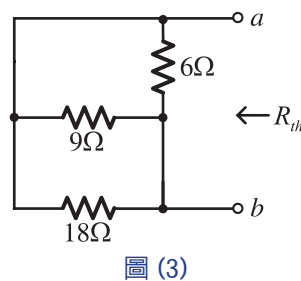
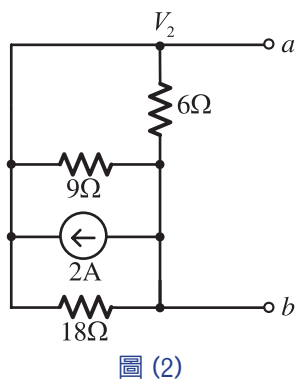
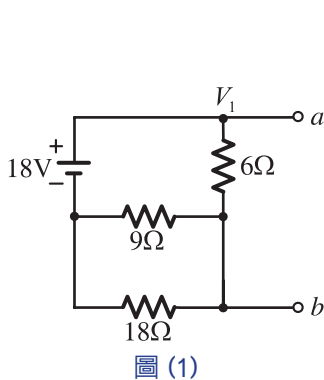
- (1) 試求此電路的戴維寧等效電路？
- (2) 試求以上 V_{th} 、 R_{th} 、 I_N 與 R_N 的關係？
- (3) 若 a 、 b 兩點接負載 12Ω ，請分別使用戴維寧與諾頓定理求其電流，請問電流是否相同？

解

- (1) 戴維寧等效電路解題頻驟如下：

- a. 求 V_{th} 。有 2 個電源，所以使用重疊定理，看 $18V$ 電壓源，等效電路如圖 (1)，令 $V_b=0$ ，所以 $V_1=9V$ ；看 $2A$ 電流源，等效電路如圖 (2)， $V_2=2 \cdot (6//9//18)=2 \cdot 3=6V$ ， $V_{th}=V_1+V_2=9+6=15V$ 。
- b. 求 R_{th} ， R_{th} 如圖 (3)， $R_{th}=(6//9//18)=3\Omega$ 。

- (2) 範例 4-5b 已經求得 $I_N=5A$ ， $R_N=3\Omega$ ，所以 V_{th} 、 R_{th} 、 I_N 與 R_N 的關係是 $V_{th}=I_N \cdot R_N$ ， $R_{th}=R_N$ 。



- (3) a 、 b 兩點接負載 12Ω ：

- a. 戴維寧等效電路如圖 (4)， $I_{12\Omega} = \frac{15}{15} = 1A$ 。
- b. 諾頓等效電路如圖 (5)， $I_{12\Omega} = 5 \cdot \frac{3}{3+12} = \frac{3}{15} = 1A$ 。
- c. 使用戴維寧與諾頓定理，所求 $I_{12\Omega}$ 都相同。

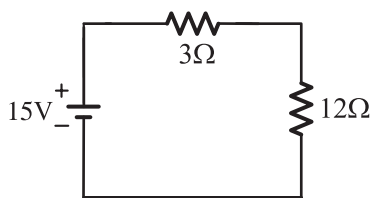


圖 (4)

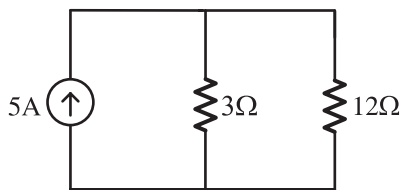


圖 (5)

補充說明

1. 本例亦可使用節點電壓法求 V_{th} ，節點電壓法如圖 (6)，針對 a 節點的電流方程式如下：

$$I_1 = I_2 + 2 + I_3$$

$$\Rightarrow \frac{V_1 + 18 - 0}{6} = \frac{0 - V_1}{9} + 2 + \frac{0 - V_1}{18}$$

$$\Rightarrow 3V_1 + 54 = -2V_1 + 36 - V_1 \Rightarrow 6V_1 = -18 \Rightarrow V_1 = -3$$

$$\Rightarrow V_{th} = V_1 + 18 = 15V$$

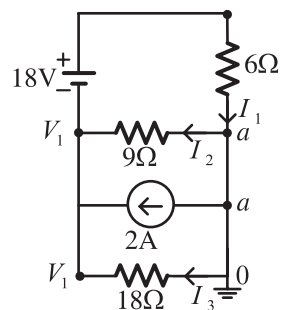


圖 (6)

自我練習

1. 如圖 (7) 所示電路，求 1、2 點間之戴維寧和諾頓等效電路。關務特考 96
2. 同上題，試求其戴維寧等效與諾頓等效電路的關係。

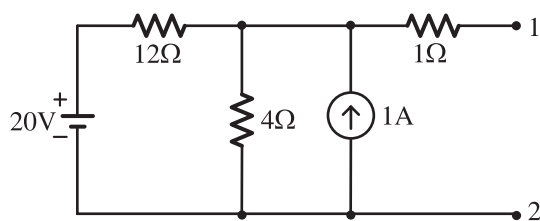


圖 (7)

4-7 最大功率轉移定理

圖 4-7a 的電路是電學中常見的電路，因為若是實際電壓源， R 就是電壓源內阻，於複雜電路中，此複雜電路必可用戴維寧定理化簡，得到一個戴維寧電壓與戴維寧電阻，此 R 就是戴維寧電阻，本節要探討 R_L 電阻值如何設計？可以得到最大功率，此稱為最大功率轉移定理 (maximum power transfer theorem)。也就是我們要探討，我們負載的電阻值要取多少？負載功率才能最大。也就是電源的功率要盡量給負載 R_L ，而不要讓功率浪費在無關緊要的電阻 R 。由圖 4-7a 可知流過負載 R_L 的電流 $I = E/(R + R_L)$ ，所以負載的功率是

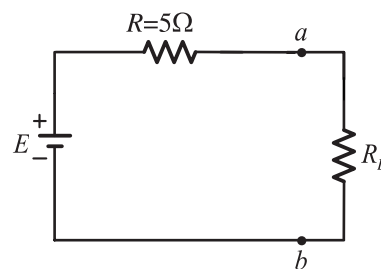


圖 4-7a

$$P_L = I^2 R_L = \left(\frac{E}{R + R_L} \right)^2 R_L \quad (1)$$

現在我們假設 $E = 10\text{V}$ ， $R = 5\Omega$ ，我們 R_L 分別取 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10 Ω 代入公式 (1)，將可得到 10 個功率，且以負載電阻 R_L 為 x 軸，負載功率 P_L 為 y 軸，在二維座標系統畫出以上 (R_L, P_L) 的點，以上工作的 Python 程式如下：

```
import matplotlib.pyplot as plt #載入繪圖 matplotlib.pyplot
                                模組，才能繪圖
import numpy as np #載入numpy 模組，繪圖用數值模組
E=10
R=5
RL = np.arange(1, 10+1, 1) #產生 1到10數列
print(RL) # 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10 代入
# RL 分別以 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10 代入PL
# 逐一計算每一個RL的PL值
PL=(E/(R+RL))**2*RL
#分別輸出每一個RL的P值
for i in range(0,10):
    print(RL[i],end=" , ")
    print(PL[i])
plt.plot(RL,PL) #繪出每一個RL所對應PL值
plt.axhline(RL=0) #繪出x軸
plt.axvline(PL=0) #繪出y軸
plt.show() #於螢幕輸出圖形
```

以上程式每一個 R_L 與 P_L 的大小如圖 4-7b，圖形輸出如圖 4-7c。

```
[ 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10]
1 , 2.77777777777778
2 , 4.081632653061225
3 , 4.6875
4 , 4.938271604938272
5 , 5.0
6 , 4.958677685950413
7 , 4.861111111111112
8 , 4.733727810650888
9 , 4.591836734693878
10 , 4.444444444444445
```

圖 4-7b

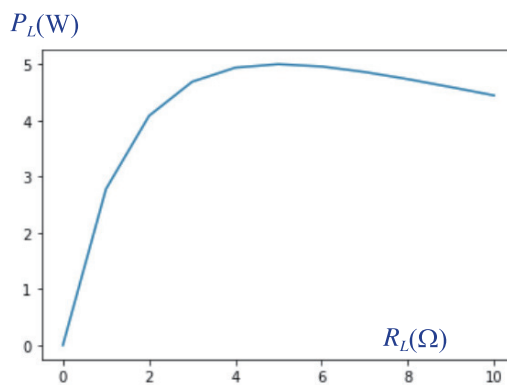


圖 4-7c

由上圖可知，當 $R_L = R = 5\Omega$ 時（實際電壓源就是負載等於電壓源內阻，複雜電路就是負載等於戴維寧電阻時），負載的功率可得到最大值 5.0，即：

1. 對於實際電壓源（如圖 4-7d 所示 R 即為電壓源內阻）而言，當負載電阻等於電源裝置的內電阻 R 時，負載自電源獲得的功率最大，即當 $R_L = R$ 時， R_L 可獲得最大功率為：

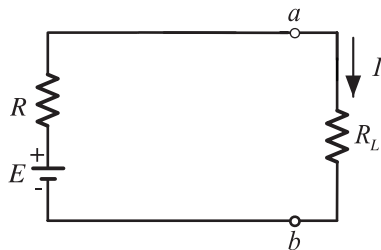


圖 4-7d 實際電壓源的最大功率轉換

$$P_{L\max} = \left(\frac{E}{R + R_L} \right)^2 R_L = \frac{E^2}{4R} = \frac{E^2}{4R_L}$$

(公式4-3)

2. 對於複雜的網路——所有複雜網路都可簡化戴維寧等效電路（如圖 4-7e 所示 R_{th} 即為圖 4-7a 的 R ）而言，當負載電阻等於網路的戴維寧等效電阻 R_{th} 時，負載自網路獲得的功率最大，即當 $R_L = R_{th}$ 時， R_L 可獲得最大功率為：

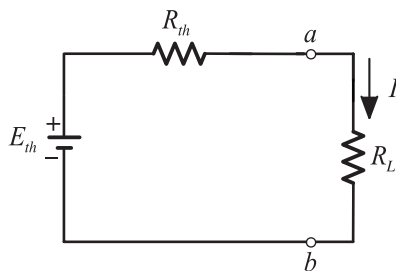


圖 4-7e 複雜網路的最大功率轉換

$$P_{L\max} = \left(\frac{E_{th}}{R_{th} + R_L} \right)^2 R_L = \frac{E_{th}^2}{4R_{th}} = \frac{E_{th}^2}{4R_L}$$

(公式4-4)

以上即為最大功率轉移定理。

範例4-7a

電路如圖 (1) 所示，當 $R_L = ?$ 時可得最大功率，其最大功率是多少？

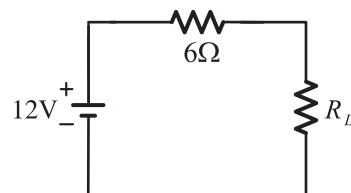


圖 (1)

解

1. 依據最大功率轉移定理，當負載取 6Ω 時，可得最大功率。
2. 最大功率是 $\left(\frac{12}{6+6}\right)^2 \cdot 6 = 6\text{W}$

自我練習

1. 電路如圖 (2) 所示，當 $R_L = ?$ 時，可得最大功率，其最大功率是多少？

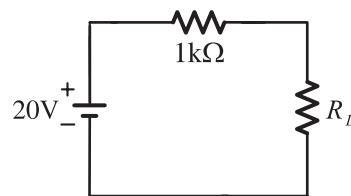


圖 (2)

範例4-7b

如圖 (1) 所示電路，請問 R_L 取多少，可得最大功率，其最大功率是多少？

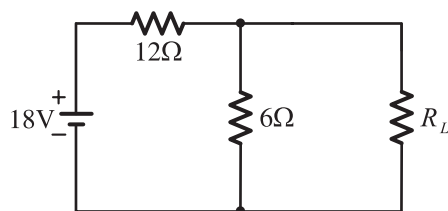


圖 (1)

解

1. 依據最大功率轉移定理，對於任何複雜網路，當 R_L 取其戴維寧等效電路的等效電阻，可得最大功率轉移。

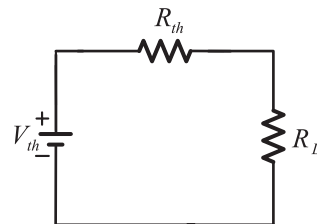
2. 求戴維寧等效電路如圖(2)。

$$V_{th} = \left(\frac{18}{12+6} \right) \cdot 6 = 6V, \text{ 如圖(3)。}$$

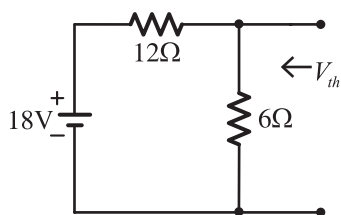
$$R_{th} = (12 // 6) = 4\Omega, \text{ 如圖(4)。}$$

3. 所以 R_L 取 4Ω 可得最大功率轉移。其功率是：

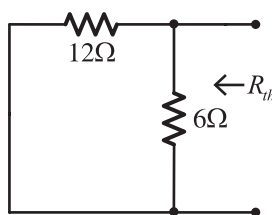
$$P_{max} = \left(\frac{V_{th}}{R_{th} + R_L} \right)^2 \cdot R_L = \left(\frac{6}{4+4} \right)^2 \cdot 4 = 2.25W$$



圖(2)



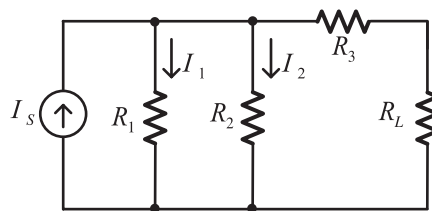
圖(3)



圖(4)

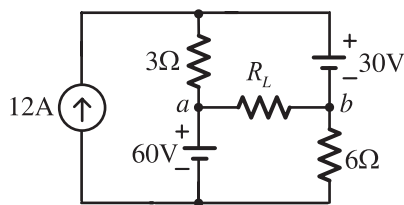
自我練習

1. 如圖(5)所示直流電路， $I_s = 60A$ ， $R_1 = 6\Omega$ ， $R_2 = 12\Omega$ ， $R_3 = 4\Omega$ ，在不同負載電阻情況，計算流經電阻的電流，並設計負載電阻 R_L 以符合下列情況。統測 112

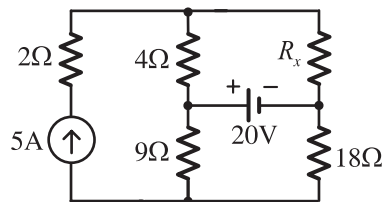


圖(5)

- (1) 若負載電阻 R_L 為 2Ω ，則電流 I_1 與 I_2 分別為何？
 - (2) 若設計負載電阻 R_L 以獲得 R_L 的最大功率消耗，則負載電阻 R_L 與其最大功率 P_{max} 分別為何？
2. 如圖(6)所示，若 R_L 可獲得最大功率，則最大功率值為何？ 統測 110
(A) 16W (B) 32W (C) 48W (D) 64W
3. 如圖(7)所示之電路，求 R_x 為多少時可由電源獲得最大功率及所獲得的最大功率 P_{max} 為何？ (統測 108)
(A) $R_x = 4\Omega$ ， $P_{max} = 100W$
(B) $R_x = 10\Omega$ ， $P_{max} = 100W$
(C) $R_x = 4\Omega$ ， $P_{max} = 120W$
(D) $R_x = 10\Omega$ ， $P_{max} = 120W$



圖(6)



圖(7)

4-8 綜合範例

前面 4-1 ~ 4-5 節，我們已經分別介紹節點電壓法、迴路電流法、重疊定理、戴維寧定理、諾頓定理等五種常用直流網路分析的方法，本節則是綜合以上方法，將每一個範例，分別逐一使用以上方法分析，祈望大家都能融會貫通，都能對基本電學的理论探討產生樂趣。

範例 4-8a

電路如圖 (1)，請分別使用節點電壓法、迴路電流法、重疊定理、戴維寧定理、諾頓定理，求解 20Ω 電阻電流。

(電路摘自台北捷運 112 試題)

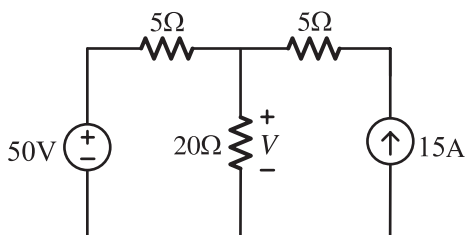


圖 (1)

解

1. 節點電壓法：

- (1) 指派 V_a 節點，如圖 (2)。
- (2) 指派分支電流 I_1, I_2 ，如圖 (2)。
- (3) 依據 KCL，寫出電流方程式：

$$I_1 + 15 = I_2$$

$$\frac{50 - V_a}{5} + 15 = \frac{V_a}{20} \Rightarrow V_a = 100\text{V}$$

$$I_{20\Omega} = I_2 = \frac{V_a}{20} = \frac{100}{20} = 5\text{A}$$

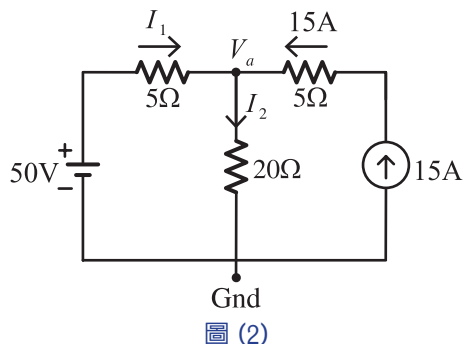


圖 (2)

2. 迴路電流法：

- (1) 指派兩個網目如圖 (3)：
- (2) 寫出 KVL 方程式：

$$50 - 5I_1 - 20I_1 - 15 \cdot 20 = 0$$

$$I_1 = -10\text{A}$$

$$I_{20\Omega} = 15 - 10 = 5\text{A}$$

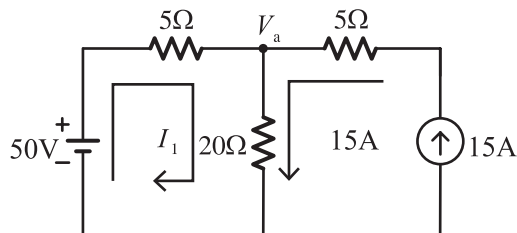


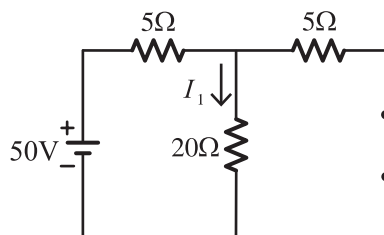
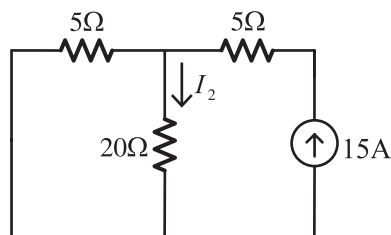
圖 (3)

3. 重疊定理：

(1) 每個電源個別處理，本例兩個電源，分別繪圖如圖 (4) 與圖 (5)，分別求出 $I_1=2\text{A}$ 向下， $I_2=3\text{A}$ 向下。

(2) 累加所有電源的效應：

$$I = I_1 + I_2 = 5\text{A}$$

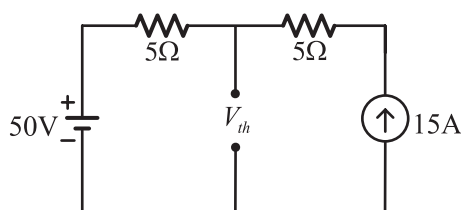
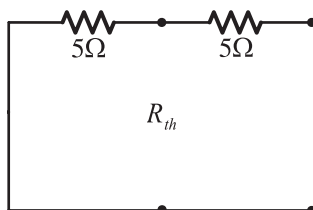
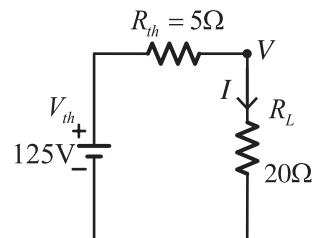
圖 (4) $I_1 = 2\text{A}$ 圖 (5) $I_2 = 15 \cdot \frac{5}{20+5} = 3\text{A}$

4. 戴維寧定理：

(1) 求 V_{th} ，如圖 (6)：

(2) 求 R_{th} ，如圖 (7)：

(3) 畫出戴維寧等效電路，如圖 (8)，依據歐姆定律，求得 $I_{20\Omega} = 5\text{A}$ 。

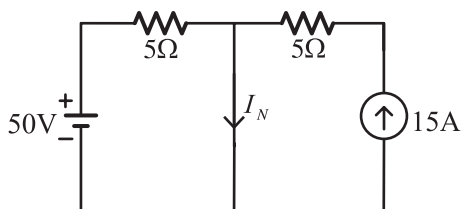
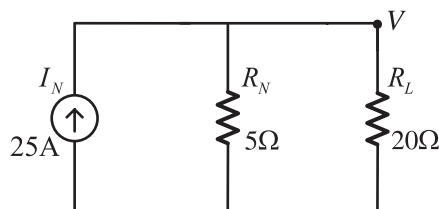
圖 (6) $V_{th} = 125\text{V}$ 圖 (7) $R_{th} = 5\Omega$ 圖 (8) $I_{20\Omega} = I = \frac{125}{25} = 5\text{A}$

5. 諾頓定理：

(1) 求 I_N ，如圖 (9)：

(2) R_N 同 R_{th} 。

(3) 畫出諾頓等效電路，如圖 (10)，依電流分配定則，求得 $I_{20\Omega} = 5\text{A}$ 。

圖 (9) $I_N = \frac{50}{5} + 15 = 25\text{A}$ 圖 (10) $I_{20\Omega} = I_L = 25 \cdot \frac{5}{20+5} = 5\text{A}$

自我練習

1. 電路如圖 (11)，負載 $R_L=2\Omega$ ，請分別使用節點電壓法、迴路電流法、重疊定理、戴維寧定理、諾頓定理，求解負載 2Ω 電阻電流 (電路摘自中油 109 試題)

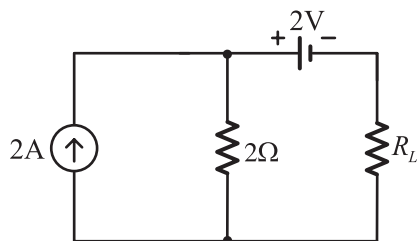


圖 (11)

範例4-8b

電路如圖 (1)，請分別使用節點電壓法、迴路電流法、重疊定理、戴維寧定理、諾頓定理，求電流 I 。(電路摘自統測 112 試題)

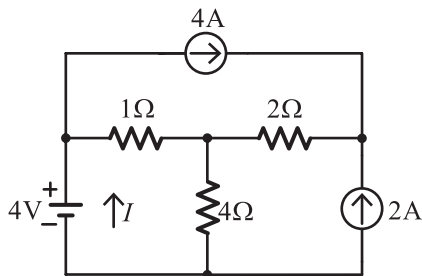


圖 (1)

解

1. 節點電壓法：

(1) 指派節點 V_a 與支路電流 $I_1 I_2$ ，如圖

(2)：

$$I_1 + 6 = I_2$$

$$\frac{4 - V_a}{1} + 6 = \frac{V_a}{4}$$

$$V_a = 8 \quad I_{4\Omega} = I_2 = 2\text{A 向下}$$

(2) 對於 b 節點：

$$I_2 = I + 2 \Rightarrow I = 0$$

2. 迴路電流法：

(1) 指派 3 個網目，如圖 (3)：

(2) 寫出 KVL 方程式：

$$4 - I_1 - 4I_1 + 4 - 8 = 0$$

$$I_1 = 0 \Rightarrow I = I_1 = 0$$

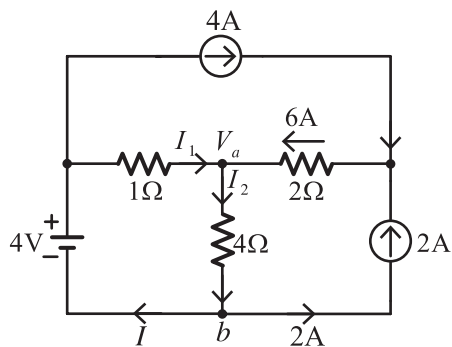


圖 (2)

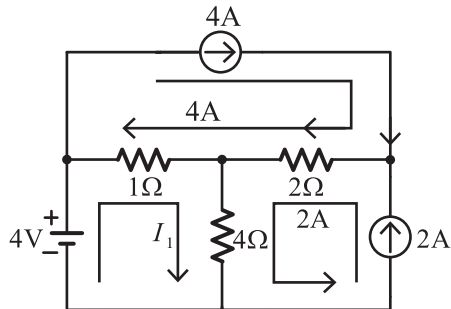


圖 (3)

3. 重疊定則：

(1) 3 個電源，分 3 次處理，如圖 (4)、圖 (5) 與圖 (6)：

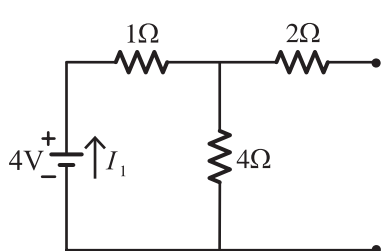


圖 (4) $I_1 = \frac{4}{5} \text{A}$ 向上

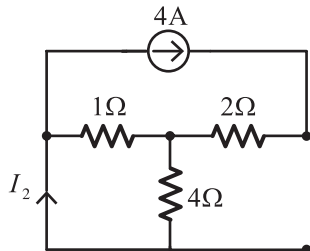


圖 (5) $I_2 = 4 \cdot \frac{1}{5} = \frac{4}{5} \text{A}$ 向上

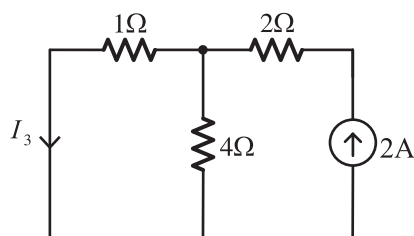


圖 (6) $I_3 = 2 \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{5} \text{A}$ 向上

(2) 累加 3 個電源的效應：

$$I = I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

4. 戴維寧定理：

(1) 如圖 (2)，欲求 I ，根據 KCL，可先求 $I_{1\Omega}$ 或 $I_{4\Omega}$ 電流，即可求得 I 。本例指派 4Ω 為負載，求其 V_{th} 、 R_{th} ，如圖 (7) 與圖 (8)：

(2) 畫出戴維寧等效電路，如圖 (9)，依歐姆定律得到 $I_L = 2\text{A}$ 。

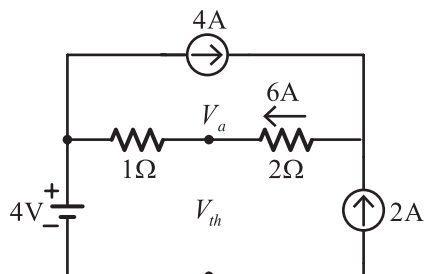


圖 (7) $V_{th} = V_a = 6 \cdot 1 + 4 = 10\text{V}$

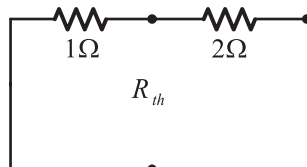


圖 (8) $R_{th} = 1\Omega$

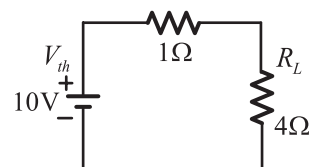


圖 (9) $I_L = \frac{10}{5} = 2\text{A}$

(3) 如圖 (2)，根據 KCL，對於 b 節點， $I + 2 = I_2$ ， $I_2 = I_L$ 所以 $I = 0$ 。

(4) 以上是指派 4Ω 為負載求 I_2 ，亦可指派 1Ω 為負載求 I_1 ，請同學自行練習。

5. 諾頓定理：

(1) 同第 4 點的戴維寧定理，求 I_N 如圖 (10)：

(2) $R_N = R_{th}$ 。

(3) 繪出諾頓等效電路，如圖 (11)，依電流分配定則，求得 $I_L = 2\text{A}$ 。

(4) 如圖 (2)，對於 b 節點，根據 KCL， $I + 2 = I_2$ ， $I_2 = I_L$ ，所以 $I = 0\text{A}$ 。

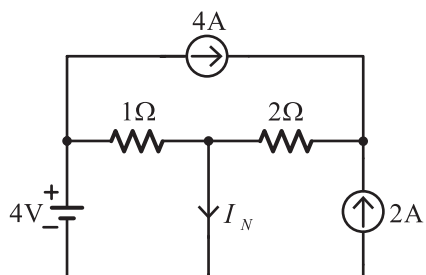


圖 (10) $I_N = \frac{4}{1} + 2 + 4 = 10\text{A}$

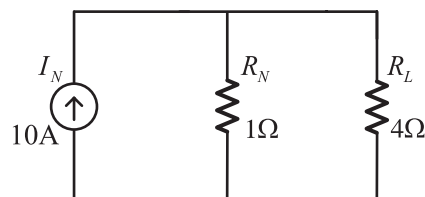


圖 (11) $I_L = 10 \cdot \frac{1}{5} = 2\text{A}$

自我練習

1. 電路如圖 (12)，請分別使用節點電壓法、迴路電流法、重疊定理、戴維寧定理、諾頓定理，求電流 I_1 、 I_2 、 I_3 、 I_4 。（電路摘自統測 110 試題）
2. 電路如圖 (13)，請分別使用節點電壓法、迴路電流法、重疊定理、戴維寧定理、諾頓定理，求電流 I 。（電路摘自統測 112 試題）

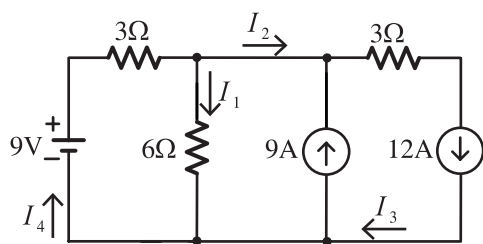


圖 (12)

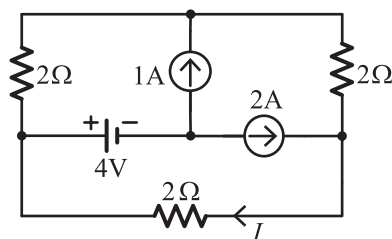


圖 (13)

4-9 本章內容摘要

1. 節點電壓法：依據 KCL 寫出所有節點電流方程式，再以歐姆定律導入電壓與電阻，求出所有節點電壓。
2. 迴路電流法：依據 KVL 寫出所有網目電壓方程式，（電阻都是壓降，相鄰電阻電流若是同方向，也是壓降，相鄰電阻電流若是反方向，則是壓升）解聯立方程式，解出各網目電流。
3. 重疊定理：當有多個電源時，可以每次處理一個電源對負載的電流效應，最後累加該負載所有電流的和（但要考慮方向），而被忽略的電源則依理想電源處理，因為理想電壓源的內阻為零，故形同短路；理想電流源內阻無限大，故形同斷路。
4. 戴維寧定理：
 - (1) 將電路轉換為等效電壓源 (E_{th})，串聯等效電阻 (R_{th}) 與指定負載。
 - (2) 計算 E_{th} 時，負載端開路，求開路電壓，即為 E_{th} 。
 - (3) 計算 R_{th} 時，獨立電壓源短路，獨立電流源開路，負載端量測的電阻，即為 R_{th} 。
5. 諾頓定理：
 - (1) 將電路轉換為等效電流源 (I_N)，並聯等效電阻 (R_N) 與指定負載。
 - (2) 計算 I_N 時，將負載短路，求其短路電流，即為 I_N 。
 - (3) 計算 R_N 時，移除負載，獨立電壓源短路，獨立電流源開路，從負載端量得的電阻，即為 R_N 。
6. 最大功率轉移定理
 - (1) 對於實際電壓源(如圖 4-9a 所示)而言，當負載電阻等於電源裝置的內電阻 R 時，負載自電源獲得的功率最大，即當 $R_L = R$ 時， R_L 可獲得最大功率為：

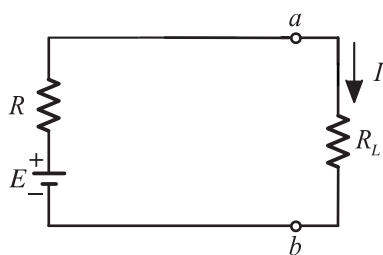


圖 4-9a 實際電壓源的最大功率轉換

$$P_{L\max} = \left(\frac{E}{R + R_L}\right)^2 R_L = \frac{E^2}{4R} = \frac{E^2}{4R_L}$$

(2) 對於複雜的網路——所有複雜網路都可簡化戴維寧等效電路（如圖 4-9b 所示）而言，當負載電阻等於網路的戴維寧等效電阻時，負載自網路獲得的功率最大，即當 $R_L = R_{th}$ 時， R_L 可獲得最大功率為：

$$P_{L\max} \left(\frac{E_{th}}{R_{th} + R_L} \right)^2 R_L = \frac{E_{th}^2}{4R_{th}} = \frac{E_{th}^2}{4R_L}$$

以上即為最大功率轉移定理。

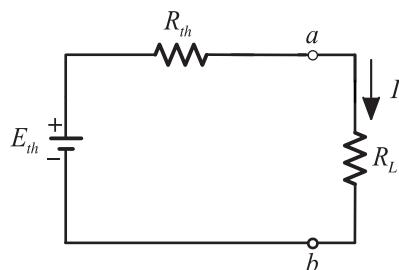


圖 4-9b 複雜網路的最大功率轉換

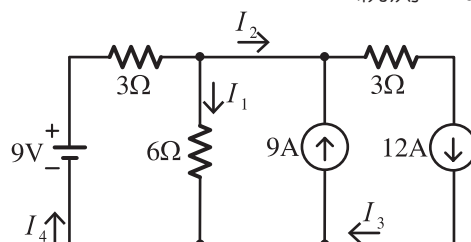
4-10 課後習題

選擇題

1. 如右圖所示，下列敘述何者正確？

統測 110

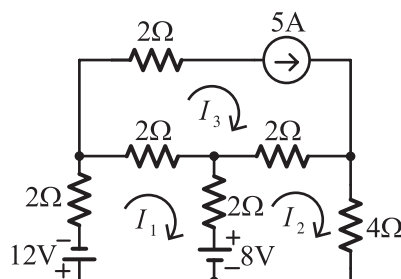
- (A) $I_1 = 12 \text{ A}$
 (B) $I_2 = 9 \text{ A}$
 (C) $I_3 = 6 \text{ A}$
 (D) $I_4 = 3 \text{ A}$



2. 如右圖所示， I_1 、 I_2 及 I_3 分別為三個迴圈電路的電流，則下列敘述何者正確？

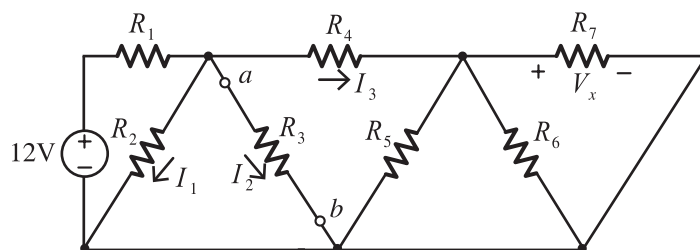
統測 110

- (A) $I_1 = 2 \text{ A}$
 (B) $I_2 = 1 \text{ A}$
 (C) $I_1 = -1 \text{ A}$
 (D) $I_2 = -2 \text{ A}$



3. 如下圖所示電路， $R_1 = 2\Omega$ 、 $R_2 = R_3 = R_7 = 12\Omega$ 、 $R_4 = 10\Omega$ 、 $R_5 = 4\Omega$ 、 $R_6 = 6\Omega$ ，下列敘述何者正確？

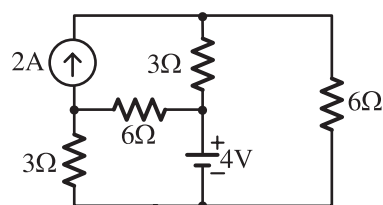
統測 109



- (A) $I_1 + I_2 + I_3 = 3 \text{ A}$
 (B) R_3 所消耗的功率為 9 W
 (C) $V_x = 6 \text{ V}$
 (D) 由 a 、 b 兩端所看入之諾頓 (Norton) 等效電流為 6 A
4. 如右圖所示電路， 4 V 電壓源之功率約為何？

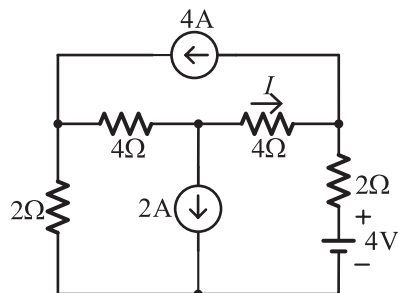
統測 113

- (A) 供給 3.56 W (B) 吸收 3.56 W
 (C) 供給 0.89 W (D) 吸收 0.89 W



5. 如右圖所示電路，電流 I 為何？ 統測 113

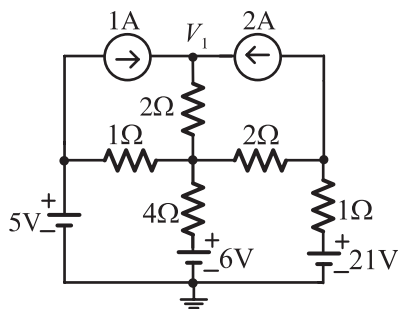
(A) -1 A
 (B) 0 A
 (C) 1 A
 (D) 2 A



6. 如右圖所示之電路，試求節點電壓 V_1 為何？

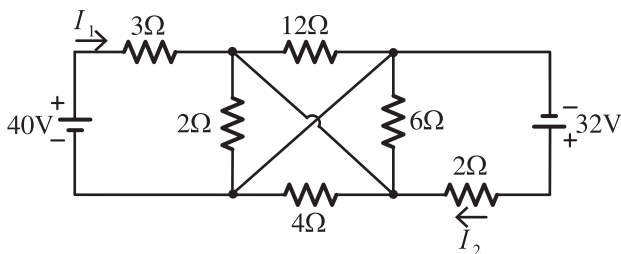
統測 107

(A) 10V
 (B) 12V
 (C) 16V
 (D) 18V



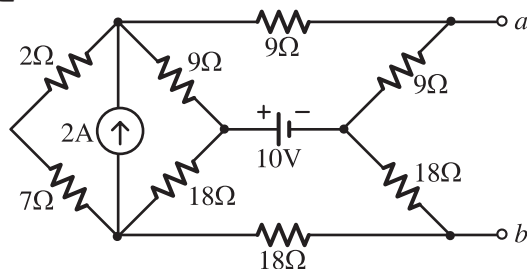
7. 如右圖所示之電路，試求電流 I_1 、 I_2 各為多少？ 統測 107

(A) $I_1=2\text{ A}$ ， $I_2=-2\text{ A}$
 (B) $I_1=4\text{ A}$ ， $I_2=2\text{ A}$
 (C) $I_1=6\text{ A}$ ， $I_2=5\text{ A}$
 (D) $I_1=8\text{ A}$ ， $I_2=8\text{ A}$



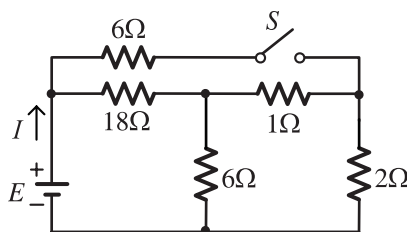
8. 如右圖所示之電路，則 a 、 b 兩端看入之戴維寧等效電阻 R_{ab} 為何？ 統測 107

(A) 15Ω
 (B) 18Ω
 (C) 20Ω
 (D) 25Ω



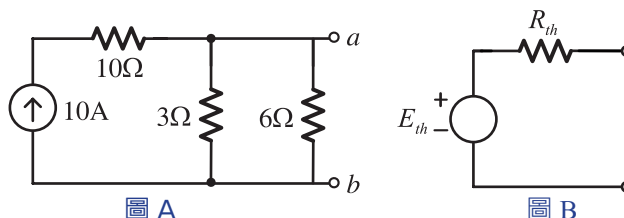
9. 如右圖所示，若 $E=120\text{V}$ ，則開關 S 在開啓與閉合不同狀態下之 I 分別為何？ 統測 106

(A) 5 A ， 20 A
 (B) 5 A ， 25 A
 (C) 6 A ， 20 A
 (D) 6 A ， 25 A



10. 如右圖所示，其中圖 B 為圖 A 之等效電路，則 E_{th} 及 R_{th} 分別為何？ 統測 106

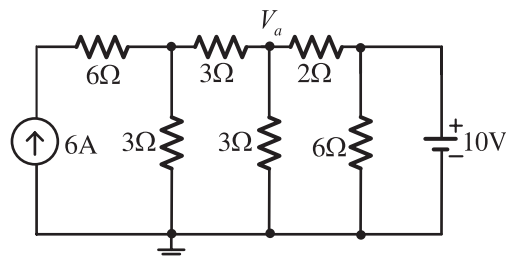
- (A) $E_{th}=120V$, $R_{th}=12\Omega$
 (B) $E_{th}=90V$, $R_{th}=12\Omega$
 (C) $E_{th}=20V$, $R_{th}=2\Omega$
 (D) $E_{th}=10V$, $R_{th}=2\Omega$



11. 如右圖所示， V_a 為何？

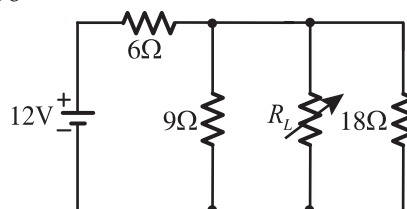
統測 106

- (A) 8V
 (B) 10V
 (C) 12V
 (D) 16V



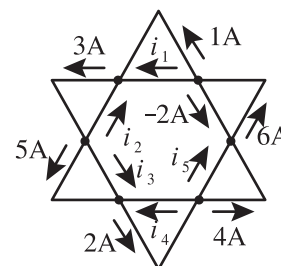
12. 如右圖所示， R_L 可得之最大功率為何？ 統測 106

- (A) 12W
 (B) 9W
 (C) 6W
 (D) 3W



13. 如右圖所示，試求 i_1 、 i_2 、 i_3 及 i_4 的電流為何？ 統測 105

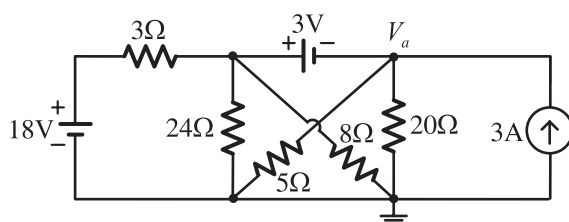
- (A) $i_1=6A, i_2=-5A, i_3=3A, i_4=-6A$
 (B) $i_1=6A, i_2=5A, i_3=-7A, i_4=-4A$
 (C) $i_1=7A, i_2=5A, i_3=-3A, i_4=-6A$
 (D) $i_1=7A, i_2=-5A, i_3=3A, i_4=-6A$



14. 如右圖所示之電路，試求節點電壓 V_a 為何？

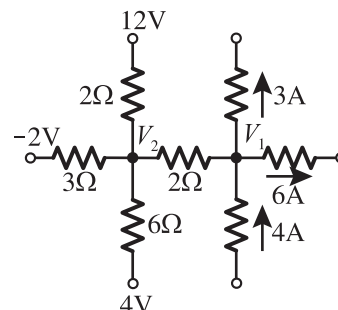
統測 105

- (A) 6V
 (B) 8V
 (C) 10V
 (D) 15V



15. 如右圖所示，試求節點電壓 V_1 為何？ 統測 105

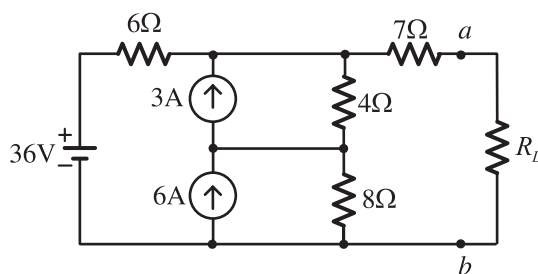
- (A) -9V (B) -6V
 (C) 1V (D) 11V



16. 如右圖所示之電路，發生最大功率轉移時，負載 R_L 所能獲得之最大功率為何？

統測 105

- (A) 33W
(B) 44W
(C) 121W
(D) 196W



素養觀念題

1. 小明於範例 4-5a 的電路，使用諾頓定理計算如下，答案是 1.23mA，此結果與範例 4-4a 使用戴維寧定理的 1.25mA 不同，請問哪一環節錯了？

$$R_T = 3k + (1k // 2k) = 3.7k\Omega$$

$$I = \frac{10}{3.7k} = 2.7mA$$

$$I_N = \frac{2}{2+1} \cdot I = \frac{2}{3} \cdot 2.7m = 1.8m$$

$$R_N = (3k // 2k) + 1k = 1.2k + 1k = 2.2k$$

$$I_L = 1.8m \times 2.2k / (2.2k + 1k) = 1.23mA$$

2. 小明量測直流電流時，指針卻往反方向跑，請問該如何處理？
3. 電路如圖 (1)，小明要進行戴維寧與諾頓定理實驗，老師建議焊接電路如圖 (2) (圖中黑線代表電路板下面有銅線連接)，請問如何供給電壓、量測 V_{th} 、 R_{th} 、 I_N 、 R_N 與負載 $1k\Omega$ 的電流。

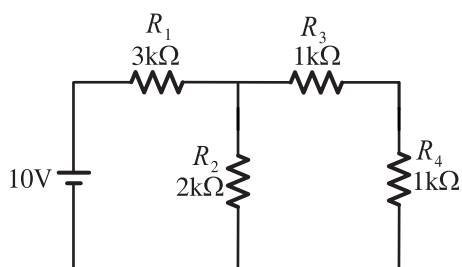


圖 (1)

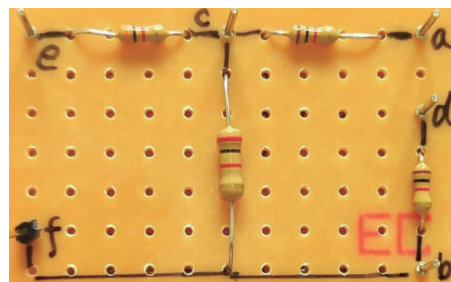


圖 (2)

Chapter 05

電容及靜電



學習大綱

- 5-1 電容器與電容量
- 5-2 電場與電位
- 5-3 本章內容摘要
- 5-4 課後習題

學習目標

1. 使學生瞭解電容器的構造與電容量。
2. 使學生瞭解電容器串並聯的特性。
3. 使學生瞭解電場與電位的定義。



前面第 2 章我們已經介紹電阻器與電阻，本章則要介紹電容器與電容量、電容器的串並聯、電場與電位等靜電理論。

5-1 電容器與電容量

前面電阻是任意金屬導線或任意材質都有電阻；電容器 (capacitor) 則是任意兩塊金屬板平行放置（不能接觸），示意圖如圖 5-1。第一：金屬板未接電源時，金屬板上的電荷正負電荷數量相同，呈現電中性，如圖 5-2。第二：當接上電源，如圖 5-3，金屬板正極的負電荷被吸引回電源，電源的負電荷被推向金屬板負極，使得金屬板有更多的負電荷（請留意，正電荷不會移動，都是負電荷的移動），此時兩極電位差為 V ，電容器即帶有電量 Q 。我們定義電容量 (electric capacity，符號是 C) 為單位電壓 V 所帶有的電量 Q ，以數學式表示如下：

$$C = \frac{Q}{V} \quad (\text{法拉, F})$$

(公式5-1)

Q 是電量的符號，單位符號是 C（庫侖）

V 是電壓的符號，單位符號是 V（伏特）

C 是電容量的符號，單位符號是 F（法拉）

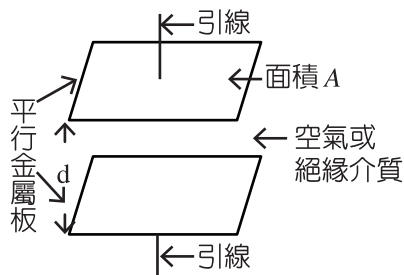


圖 5-1 電容器示意圖

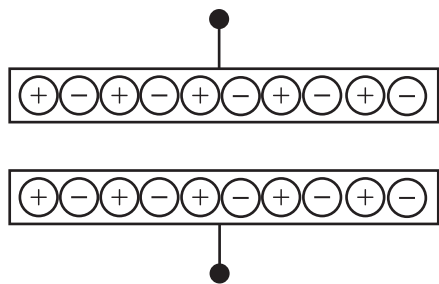


圖 5-2 未接電源

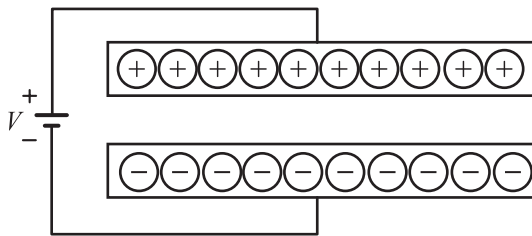


圖 5-3 接上電源 V

此時若將電源移除，電容器的電位差與電量，因為金屬板之間為絕緣，所以依舊維持不變，同學可以用三用電表量測其電壓，電壓還是等於電源電壓，但電量與電池相較，則非常微弱，同學可接上燈泡或發光二極體，則燈泡僅短暫亮一下，就熄滅。

範例5-1a

有一電容器，當加上 10 伏特電壓時，產生 6C（庫侖）電荷，試求該電容器的電容量 C 為何？

解

依據公式 5-1：

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{6}{10} = 0.6\text{F}$$

自我練習

1. 有一電容器，加上 10V 電壓，產生 6C（庫侖）電荷，當外加電壓加倍時，儲存電荷是多少？
2. 有一電容器，在電容量（符號是 C ）不變下，若要提高電量（符號是 Q ）為兩倍，則外加電壓應該如何？

影響電容量大小的因素

前面電阻器的電阻與材料種類、材料長度與截面積有關。電容器依據實驗，其電容量（符號是 C ）與金屬板之間不同的介質（定義為介電係數 ε ）、金屬板面積 A 、金屬板距離 d 有關，以數學式表示如下：

$$C = \varepsilon \frac{A}{d} \quad (\text{法拉, F})$$

(公式5-2)

C 是電容量符號，單位符號是 F（法拉）。

A 為金屬板面積，請看圖 5-1，單位為 m^2 。

d 為兩金屬板距離，請看圖 5-1，單位為 m。

ε 為兩金屬板之間材質的介電係數， ε 又定義為：

$$\varepsilon = \varepsilon_r \times \varepsilon_o$$

(公式5-3)

ε_o 稱為空氣(或真空)的介電係數(或常數) $=8.85 \times 10^{-12} \text{F/m}$ (法拉 / 公尺)

ε_r 稱為相對介電係數，各種絕緣介質的相對介電係數如表 5-1 所示。

► 表 5-1 常見物質的「相對介電係數 ε_r 」

介質名稱	空氣	蠟紙	塑膠	絕緣油	雲母	陶瓷	電木	玻璃
相對介電係數 ε_r	1	2.5	3.5	4	5	6	7	7.5

範例5-1b

有一平行板電容器，其兩極板間距離為 1mm，極板面積 1000m^2 ，試求介質為空氣時之電容量為多少？

解

依據公式 5-2：

$$C = \varepsilon \frac{A}{d} = 8.85 \times 10^{-12} \cdot 1 \cdot \frac{1000}{10^{-3}} = 8.85 \times 10^{-6} \text{F} = 8.85 \mu\text{F}$$

自我練習

1. 有一平行板電容器，其兩極板間距離為 0.1mm，極板面積 10m^2 ，試求介質為電木時之電容量為多少 μF ？（電木的 $\varepsilon_r = 7$ ）
2. 有一平行板電容器，介質為空氣時，其電容量為 $5\mu\text{F}$ ，當極板距離加倍，極板面積變為 3 倍，介質改為雲母時，其電容量為多少？（雲母的 $\varepsilon_r = 5$ ）
3. 若將平板電容器極板面積減少為原來的一半，並將極板間的距離改變為原來的 2 倍，且介電係數不變，則改變後的電容器之電容值為原來的幾倍？

統測 111

(A) 4 倍 (B) 2 倍 (C) 0.5 倍 (D) 0.25 倍

4. 有一平行板電容器，於介質不變情況下，若極板間距離減半，要使電容量增加為 8 倍，則極板面積須變為原來的多少倍？ 統測 107
(A)2 (B)4 (C)8 (D)16

介質強度

各種介質有其承受最高電壓的限制，其所能抵抗破裂之性質稱為其介質強度（dielectric strength），亦即該介質單位厚度所能承受之最大電壓值，數學式如下：

$$\text{介質強度} = \frac{V}{d} \quad (\text{伏特 / 米, V/m})$$

(公式5-4)

介質強度的單位是 V/m， V 是指電壓，單位符號為 V（伏特）， d 的單位為 m，也就是所謂的崩潰電壓（breakdown voltage）。火星塞點火與閃電即是介質強度的應用與實例，火星塞是刻意提高電壓，當電壓超過破電電壓時，就可強迫快速放電，產生火花，達到點火的目的；閃電是雲層之間不斷摩擦，當累積的電荷太大時，電壓提升，就會出現閃電。

範例5-1c

有一介質的厚度為 2mm，其耐壓為 100KV，則該介質的介質強度為何？

- (A)5kV/m (B)50kV/m (C)5MV/m (D)50MV/m 統測 109

解

依據公式 5-4：

$$\text{介質強度} = \frac{V}{d} = \frac{100k}{2m} = 50\text{MV/m}$$

自我練習

1. 兩電極板相距 3mm，其間的介質為空氣，介質強度為 30kV/cm，則兩電極板間不會導致絕緣破壞的最高電壓不得超過多少 kV？ 統測 107
(A) 12 (B) 11 (C) 10 (D) 9

電容器儲能

前面第 2-3 節有介紹電能 W 的定義，若兩點之間的電位差 V 伏特，將電荷 Q 自一點移至另一點時，所做的功，稱為電能 W ，單位符號為 J（焦耳），數學式如下：

$$W = QV$$

但是，電容器充電時，電荷並不是瞬間填滿電極板，而是需要一個時間，此時間將於第 7-1 節探討，當電荷增加時，電極板的電壓差才逐漸形成，如圖 5-4，所以其儲能為 V - Q 圖以下紅色三角形面積，數學式如下：

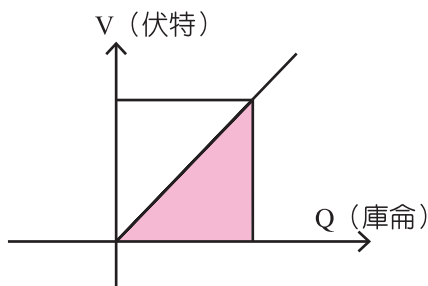


圖 5-4 電容器儲存能量圖

$$W = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \quad (\text{焦耳, J})$$

(公式5-5)

W 是電能的符號，單位符號是 J（焦耳）

Q 是電量的符號，單位符號是 C（庫侖）

V 是電壓的符號，單位符號是 V（伏特）

C 是電容量的符號，單位符號是 F（法拉）

範例5-1d

有一電容器接於一直流電壓，其儲存的電荷量為 $3000\mu\text{C}$ ，能量為 150mJ ，則此電容器的電容值為多少？

統測 106

(A) $10\mu\text{F}$ (B) $30\mu\text{F}$ (C) $40\mu\text{F}$ (D) $60\mu\text{F}$

解

$$(1) \text{ 由 } W = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

(2) 代入數據得到：

$$150\text{m} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(3000\mu)^2}{c}$$

(3) 化簡：

$$C = \frac{1}{2} \frac{(3m)^2}{150m} = \frac{9m}{300} = \frac{9000\mu}{300} = 30\mu F$$

自我練習

1. 有一 $10\mu F$ 電容，原已經充電到 $10V$ ，現在繼續充電，充電到 $20V$ ，求儲存能量增加多少？
2. 有一個 $1000\mu F$ 的電容器，若以 $10mA$ 連續充電 5 秒。求：
 - (1) 充電量 Q ？
 - (2) 充電後的端電壓？
 - (3) 儲存能量？
 - (4) 此能量可以讓 $20W$ 的燈泡亮多久？

電容器符號

電容器在電子電機方面應用很廣，種類形式也很多，大致分成固定值電容器及可變值電容器兩類，其電路符號如圖 5-5 所示。



圖 5-5 各種電容器符號

電容器的種類

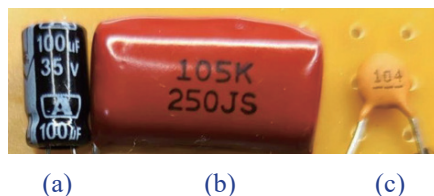
基本電學常用電容器有電解質電容、薄膜電容與雲母電容，分別說明如下：

電解質電容

電解電容以高電容值和高容積效率著稱，圖 5-6(a) 是常見鋁質電解電容，其內部由四個獨立層組成，即鋁箔陰極、電解液浸透的隔離紙、經化學處理後形成極薄氧化鋁層的鋁陽極，最後則是另一層隔離紙。然後將這組材料捲起來，放置在密封的金屬罐中。

薄膜電容

薄膜電容使用塑膠薄膜作為介電質，外觀如圖 5-6(b)。導電板可實作為箔片層，或兩層薄薄的金屬化層，塑膠薄膜每側各一層。



(a) (b) (c)

圖 5-6 基本電學實習常用電容器

陶瓷電容

陶瓷電容使用陶瓷介電質，外觀如圖 5-6c。此類陶瓷電容具有高穩定性、良好的電容溫度係數和低損耗特性。由於本身具準確度，因此適用於型態同陶瓷電容振盪器、濾波器和其他射頻電路 (Radio frequency) 應用。

固態電容

固態電容，如圖 5-6(d)，470 代表 $470\mu\text{F}$ ；16V 代表耐壓 16V；有極性，半圓形部分為負極，採用高導電性分子材料，裡面是粉末狀的電解質，具有防爆漿，穩定性好、耐高溫、壽命長等優點。固態電容的主要作用就是將一些電流的尖峰和雜波進一步過濾，能保證各部分供電的穩定性。各種主機板在長期使用的過程中過熱導致電解液受熱膨脹，當受熱到超過沸點，電解電容會產生爆漿現象，即俗稱的主機板爆漿，較為高端的主機板均會採用固態電容，以避免此情形。

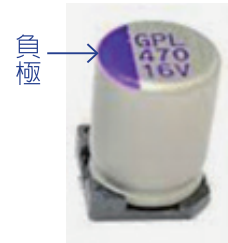


圖 5-6(d) 固態電容

電容器的規格

電容器的規格通常包括下列幾項：

1. 電容量 (capacitance)：以法拉 (Farad, F) 為單位，電容量愈大，可以儲存的電荷愈多。法拉是一個非常大的電容量單位，因此在實用上通常以微法拉 (μF , $\mu=10^{-6}$) 或皮法拉 (pF , $\text{p}=10^{-12}$) 為單位。例如，圖 5-6(a) 是 $100\mu\text{F}$ 。
2. 工作電壓 (working voltage, WV)：電容器能正常工作，不會被燒毀的容許電壓。例如，圖 5-6(a) 是 35V。
3. 工作溫度：電容器正常工作所容許的溫度，以 $^{\circ}\text{C}$ 表示之。
4. 絕緣電阻：以三用電表歐姆檔量測之電阻值，通常達數千 $\text{M}\Omega$ ；絕緣電阻愈高，其洩漏電流愈小。
5. 極性：電解質電容器的接腳有 +、- 極性之分，不可接錯；長腳表示正極、短腳表示負極；或在外殼有標示「-」者為負極，另一腳則為正極。例如，圖 5-6(a) 是電解電容，就有標注極性且有長短腳之分，不可接錯，接錯了，很容易爆炸。

電容量的標示

電容量的標示方式，有直接標示、文字符號法及色標法三種，分別說明如下：

1. **直接標示法**：電解電容體積較大，通常直接標示，如圖 5-6(a) 為 $100\mu\text{F}$ 。
2. **文字符號法**：文字符號法採用字母或數字或兩者結合的方法來標示電容的主要參數。其中容量有兩種標示法：第一是用數字和字母結合，如 10p 代表 10pF ， 4.7μ 代表 $4.7\mu\text{F}$ ， $3\text{p}3$ 代表 3.3pF ， $8\text{n}2$ 代表 8200pF 等。其特點是省略 F，以及小數點往往用 p、n、 μ 、m 代替；第二是用 3 位數字表示，其中第一、二位為有效數字位，表示容量值的有效數，第三位表示有效數字後 0 的個數，且單位為 pF。如 203 表示容量為 $20\,000\text{pF}=20\text{nF}=0.02\mu\text{F}$ ；102 表示容量為 $10\,00\text{pF}=1\,000\text{pF}=1\text{nF}=0.001\mu\text{F}$ ；圖 5-5b 的 105 代表 $10\,00000\text{pF}=1000\text{nF}=1\mu\text{F}$ （字母 K 代表誤差等級為 $\pm 10\%$ ）。
3. **色標法**：電容的色標法與電阻相似。對於圓片或矩形片狀等電容，其非引線端的色環視為第一環，以後依次為第二色環、第三色環……。其次，色環電容也分四環和五環形式。第一：若是四環，則此四環分別是「有效數字 1、有效數字 2、倍數（後面 0 的個數）、誤差」，例如：顏色「黃、紫、橙、銀」，如圖 5-7a，代表 $47\,000\text{pF}\pm 10\%$ 。第二：若是五環，則此五環分別是「有效數字 1、有效數字 2、有效數字 3、倍數（後面 0 的個數）、誤差」，例如：顏色分別是「紅、紅、黑、黑、金」，如圖 5-7b，代表 $220\text{pF}\pm 5\%$ 。

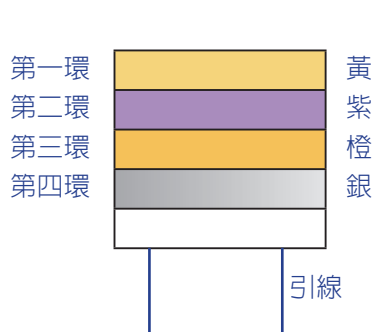


圖 5-7a 四環電容

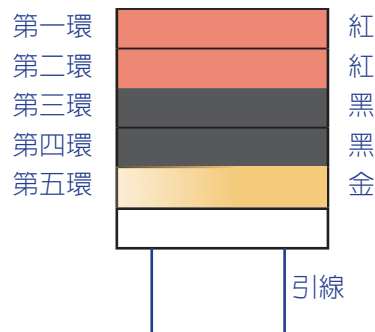


圖 5-7b 五環電容

自我練習

1. 某生在實驗課時用 LCR 表量測一標示為 203K 之待測陶瓷電容，該生所量測的電容值可能為何？統測 111

(A) 20.8 nF (B) 20.8 μF (C) 203 nF (D) 203 μF

電容的串聯特性

前面第 3-1 節，我們有談到電阻的串聯特性，圖 5-8 則是兩個電容的串聯，以下介紹電容串聯特性：

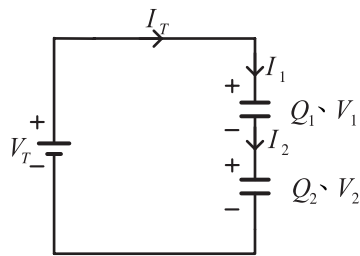


圖 5-8

1. 串聯總電容為所有電容倒數和的倒數：

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad \text{or} \quad C_T = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

(公式5-6)

- ① 由 KVL：

$$V_T = V_1 + V_2$$

- ② 由 $V = \frac{Q}{C}$ 得到：

$$\frac{Q_T}{C_T} = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2}$$

- ③ 由 $Q = I \cdot t$ 得到：

$$\frac{I_T \cdot t}{C_T} = \frac{I_1 t}{C_1} + \frac{I_2 t}{C_2}$$

- ④ 串聯時電流都相同： $I_T = I_1 = I_2$ ，充電時間也相同，得到：

$$\frac{1}{C_1} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad (\text{與電阻並聯相似})$$

2. 串聯總等效帶電量與任一電容所帶電量相同：

- ① 串聯時電流都相同：

$$I_T = I_1 = I_2$$

- ② 充電時，時間都相同，所以

$$I_T \cdot t = I_1 \cdot t + I_2 \cdot t$$

③ 由 $Q = I \cdot t$ 得到

$$Q_T = Q_1 = Q_2$$

$$Q_T = Q_1 = Q_2 = C_T \cdot V_T = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \cdot V_T$$

(公式5-7)

3. 串聯的分壓與自己的電容成反比：(此與電阻並聯的分流相似)

$$V_1 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} V_T$$

(公式5-8a)

$$V_2 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} V_T$$

(公式5-8b)

① 因為 $Q_1 = C_1 V_1$ ，由 $Q_1 = Q_T$ 得到：

$$Q_T = C_1 V_1$$

② 由 $Q_T = C_T V_T = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} V_T$ 得到：

$$\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} V_T = C_1 V_1$$

③ 整理，得到 $V_1 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} V_T$ ，同理 $V_2 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} V_T$ 。

範例5-1e

於圖 5-8，若 $V_T = 15\text{V}$ ， $C_1 = 3\mu\text{F}$ ， $C_2 = 6\mu\text{F}$ 。

(1) 求等效電容量？

(2) 求 Q_1 、 Q_2 與總等效電量？

(3) V_1 與 V_2 ？

解

(1) 由公式 5-6

$$C_T = \frac{3\mu \cdot 6\mu}{3\mu + 6\mu} = 2\mu\text{F}$$

(2) 由公式 5-7

$$Q_T = Q_1 = Q_2 = C_T \cdot V_T = 2\mu \cdot 15 = 30\mu\text{C}$$

(3) 由公式 5-8

$$V_1 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} \cdot V = \frac{6}{3 + 6} \cdot 15 = 10\text{V}$$

$$V_2 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot V = \frac{3}{3 + 6} \cdot 15 = 5\text{V}$$

自我練習

1. 電容串聯如圖 (1)。

(1) 求等效電容量？

(2) 求 Q_1 、 Q_2 、 Q_3 與總帶電量？

(3) 求 V_1 、 V_2 及 V_3 ？

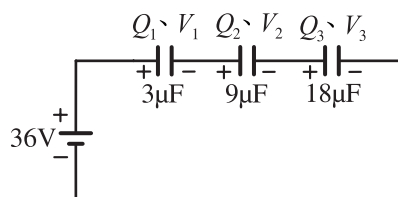


圖 (1)

電容並聯特性

電容並聯電路如圖 5-9，以下介紹電容並聯電路特性：

1. 並聯的所有電容器的端電壓都相同：

$$V_1 = V_2 = V_T$$

(公式5-9)

2. 並聯的總電量為所有電容電量之和：

$$Q_T = Q_1 + Q_2$$

(公式5-10)

① 由 KCL：

$$I_T = I_1 + I_2$$

② 將①兩邊都乘以 t ，得到

$$I_T t = I_1 t + I_2 t$$

③ 由 $Q = I \cdot t$ 得到

$$Q_T = Q_1 + Q_2 \quad (\text{可看成板面積增加，電容量加大，幫助記憶})$$

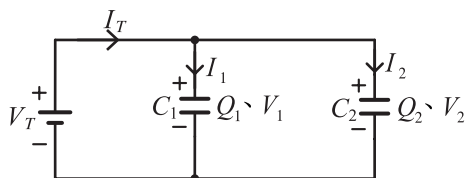


圖 5-9

3. 並聯的總電容量為所有電容量之和：

$$C_T = C_1 + C_2$$

(公式5-11)

① 由 $Q = CV$ ，將 $Q_T = Q_1 + Q_2$ 轉換如下：

$$C_T V_T = C_1 V_1 + C_2 V_2$$

② 並聯時，電壓都相同，得到：

$$C_T = C_1 + C_2 \quad (\text{可看成板面積增加，電容量加大，幫助記憶})$$

範例5-1f

於圖 5-9 之電容器並聯電路，若 $V_T = 10V$ ， $C_1 = 2\mu F$ ， $C_2 = 3\mu F$ 。求：

- (1) 所有電容器端電壓？
- (2) Q_1 、 Q_2 及總等效電量？
- (3) 等效電容量？

解

(1) $V_1 = V_2 = V_T = 10V$ 。

(2) $Q_1 = C_1 V_1 = 2\mu \cdot 10 = 20\mu C$

$$Q_2 = C_2 V_2 = 3\mu \cdot 10 = 30\mu C$$

由公式 5-10 $Q_T = Q_1 + Q_2 = 20\mu + 30\mu = 50\mu C$ 。

(3) 由公式 5-11， $C_T = C_1 + C_2$ 得到 $C_T = 2\mu + 3\mu = 5\mu F$ 。

自我練習

1. 電路如圖 (1)：

- (1) 求所有電容端電壓？
- (2) Q_1 、 Q_2 、 Q_3 及總等效電量？
- (3) 等效總電容量？

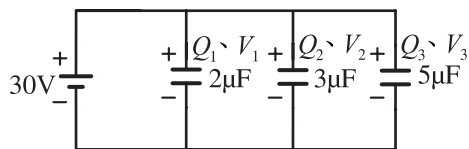


圖 (1)

2. 電路如圖 (2)，每一個電容 C 都是 $3\mu F$ ，求 $C_{ab} = ?$

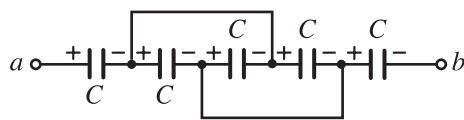
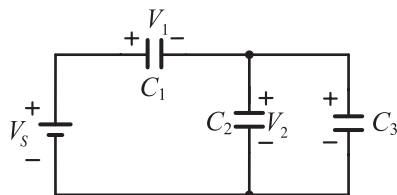


圖 (2)

範例5-1g

如圖(1)所示電路，若直流電壓源 $V_s = 120\text{V}$ ， $C_1 = 10\mu\text{F}$ 、 $C_2 = 20\mu\text{F}$ 、 $C_3 = 30\mu\text{F}$ ，則電壓 V_1 與 V_2 分別為何？ 統測 112

- (A) $V_1 = 20\text{V}$ 、 $V_2 = 100\text{V}$
 (B) $V_1 = 60\text{V}$ 、 $V_2 = 60\text{V}$
 (C) $V_1 = 80\text{V}$ 、 $V_2 = 40\text{V}$
 (D) $V_1 = 100\text{V}$ 、 $V_2 = 20\text{V}$



圖(1)

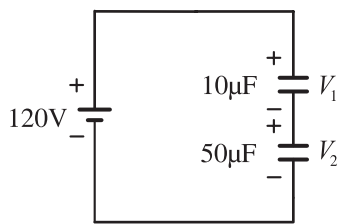
解

(1) 此為電容串並聯混合電路，可將並聯的部份先處理，本例 C_2 、 C_3 並聯先簡化如圖(2)。

(2) 由公式 5-8，得到

$$V_1 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} V = \frac{50}{10 + 50} \cdot 120 = 100\text{V}$$

$$V_2 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} V = \frac{10}{10 + 50} \cdot 120 = 20\text{V}$$

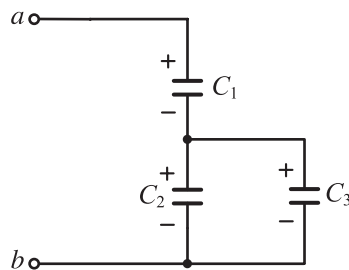


圖(2)

自我練習

1. 如圖(3)所示，若 a 、 b 兩端的總電容值為 $40\mu\text{F}$ ，則下列敘述何者正確？ 統測 110

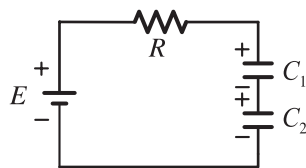
- (A) $C_1 = 100\mu\text{F}$ 、 $C_2 = 10\mu\text{F}$ 、 $C_3 = 10\mu\text{F}$
 (B) $C_1 = 80\mu\text{F}$ 、 $C_2 = 20\mu\text{F}$ 、 $C_3 = 20\mu\text{F}$
 (C) $C_1 = 20\mu\text{F}$ 、 $C_2 = 10\mu\text{F}$ 、 $C_3 = 10\mu\text{F}$
 (D) $C_1 = 120\mu\text{F}$ 、 $C_2 = 30\mu\text{F}$ 、 $C_3 = 30\mu\text{F}$



圖(3)

2. 如圖(4)所示，電容器 $C_1 = 9\mu\text{F}$ 、 $C_2 = 18\mu\text{F}$ ，電阻 $R = 6\Omega$ ，直流電源 $E = 24\text{V}$ ，當電路已達穩定狀態，則下列敘述何者正確？ 統測 105

- (A) 電容器 C_1 的電壓為 12V
 (B) 電容器 C_2 的電壓為 16V
 (C) 儲存於電容器 C_1 的電量為 $144\mu\text{C}$
 (D) 儲存於電容器 C_2 的電量為 $216\mu\text{C}$



圖(4)

3. 電容器 X 的電容值為 $60\mu\text{F}$ ，耐壓 250V 。若電容器 X 和另一電容器 Y 串聯後，其總電容值為 $20\mu\text{F}$ ，總耐壓為 300V ，則電容器 Y 的電容值和耐壓分別為何？ 統測 104

(A) ($60\mu\text{F}$ ， 150V) (B) ($60\mu\text{F}$ ， 200V)
(C) ($30\mu\text{F}$ ， 150V) (D) ($30\mu\text{F}$ ， 200V)

4. 四個相同的電容器串聯，若每個電容量為 $20\mu\text{F}$ ，則串聯的總電容量為何？ 統測 103

(A) $5\mu\text{F}$ (B) $10\mu\text{F}$ (C) $20\mu\text{F}$ (D) $80\mu\text{F}$

5. 如圖 (5) 所示之串並聯電路，其三個電容規格分別為 $30\mu\text{F}/100\text{V}$ 、 $60\mu\text{F}/200\text{V}$ 及 $30\mu\text{F}/300\text{V}$ ，則電路中 E 可加之最大電壓為何？ 統測 102

(A) 100V
(B) 150V
(C) 200V
(D) 300V

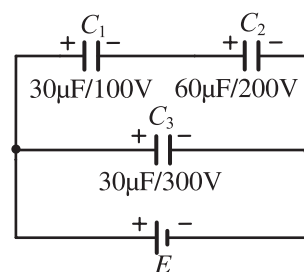


圖 (5)

6. 有一 10Ω 電阻串聯一個 $100\mu\text{F}$ 電容後接上 100V 直流電壓，求電路穩態時，電容儲存的電量與能量分別為何？ 統測 102

(A) 0.01C ， 0.5J (B) 0.01C ， 1J (C) 0.1C ， 0.5J (D) 0.1C ， 1J

5-2 電場與電位

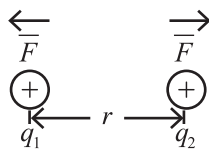
庫侖定律

西元 1785 年，庫侖 (Charles-Augustin de Coulomb, 1736 ~ 1806, 法國人) 經由實驗得到：在真空中，兩靜止點電荷間的靜電力大小與兩者間距離平方成反比，與兩帶電體的電量乘積成正比，其數學式如下：

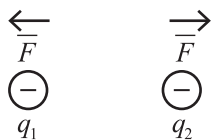
$$\overline{F} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (\text{牛頓, N; } \overline{F} \text{ 方向定義為同性相斥, 異性相吸}) \quad (\text{公式 5-12})$$

此靜電力方向與電荷電性有關，若為同電性，則互相排斥，如圖 5-10(a) 與圖 5-10(b)；若此兩電性相異，則互相吸引，如圖 5-10(c)，此關係稱為庫侖定律 (Coulomb's law)。(備註：描述物理量有純量與向量，本書之前溫度、電阻、電容都是純量。 $\overline{F}$ 上面有橫線，表示此為向量，如重力、電力與磁力等都則需要大小與方向來描述，此即為向量，往後都會在符號上標示橫線，表示此物理量同時表示大小與方向，向量與向量運算，在 8-6 節才會完整介紹)

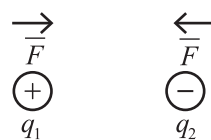
$\overline{F}$ 為靜電力，單位是 N (牛頓)； r 為兩個點電荷相距的距離，單位是 m； q_1 、 q_2 為兩帶電體之電量，單位是 C (庫侖)； k 稱為庫侖靜電力常數，在真空中其值為 9×10^9 牛頓·公尺² / 庫侖²。電荷的基本帶電量定義為 $e = 1.6 \times 10^{-19}$ 庫侖，而電子帶電量為 $-e$ 。



(a) 同性相斥



(b) 同性相斥



(c) 異性相吸

圖 5-10 庫侖靜電力 $\overline{F}$ 的方向

範例5-2a

兩個正電荷如圖 5-10(a)，若 $q_1=1\text{mC}$ ， $q_2=2\text{mC}$ ， $r=10\text{m}$ ，介質為空氣。

(1) 求 q_1 作用力與方向？(2) 求 q_2 作用力與方向。

解

(1) 由公式 5-12

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} = 9 \times 10^9 \cdot \frac{1\text{m} \cdot 2\text{m}}{10^2} = 180 \text{ (牛頓)}$$

(2) q_1 受 q_2 排斥，受力 180 (牛頓，N)，向左； q_2 受 q_1 排斥，受力 180 (牛頓，N)，向右。

自我練習

- 距離為 1 公尺之兩帶電體，其間存在一個 24N 的靜電力，若將兩帶電體拉遠至 2 公尺，其間存在之靜電力為何？統測 106
(A) 6N (B) 12N (C) 48N (D) 96N

電場

將一個點電荷 Q 放置於空間中，則任何其他的帶電體靠近時，必受到庫倫靜電力的影響，也就是說：點電荷 Q 會使周圍空間具有一些特殊的性質，當其它電荷 q 進入此空間範圍時，就會受到力的作用。爲了說明此現象，法拉第 (Michael Faraday, 1791 ~ 1867, 英國人) 提出電場 (electric field) 的觀念，來解釋點電荷之間的靜電力如何作用。當另一點電荷 q 進入電場的影響範圍時，就呈現受力狀態，若受到的靜電力為 $\vec{F}$ 時，則此處的電場 $\vec{E}$ 爲

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \text{ (牛頓 / 庫倫, N/C)}$$

(公式5-13)

其單位為牛頓 / 庫倫 (N/C)。將公式 5-12 代入公式 5-13，可得點電荷 Q 產生的電場大小爲

$$E = \frac{kQ}{r^2}$$

點電荷電場 $\vec{E}$ 的方向，定義為正電荷向外，如圖 5-11(a)，負電荷向內，如圖 5-11(b)。



圖 5-11 點電荷的電場方向

電力線

早期靜電學並非使用電場的觀念來解釋靜電力交互作用，而是由法拉第提出的電力線（electric line of force）觀念來解釋。實際上，電力線是不存在的，它只是一種描述電場的模型，雖然電力線的觀念已被電場所取代，但在許多情況，我們仍可由電力線的分布圖形中獲得電場的重要性質。下列各點為電力線與電場間的重要性質：

- (1) 電力線始於正電荷而止於負電荷或無窮遠處。
- (2) 電力線上各點的切線方向，代表該點的電場方向。
- (3) 電力線的密度與該處電場大小成正比。
- (4) 電力線彼此排斥，互不相交。

圖 5-12 為電力線的示意圖，其中 (a) 為正電荷附近的電力線；(b) 為負電荷附近的電力線；(c) 為兩異性電荷附近的電力線；(d) 為兩同性電荷附近的電力線；(e) 為帶等量的正、負電平行電板間的電力線，其電力線分布圖形都遵守上述的性質。

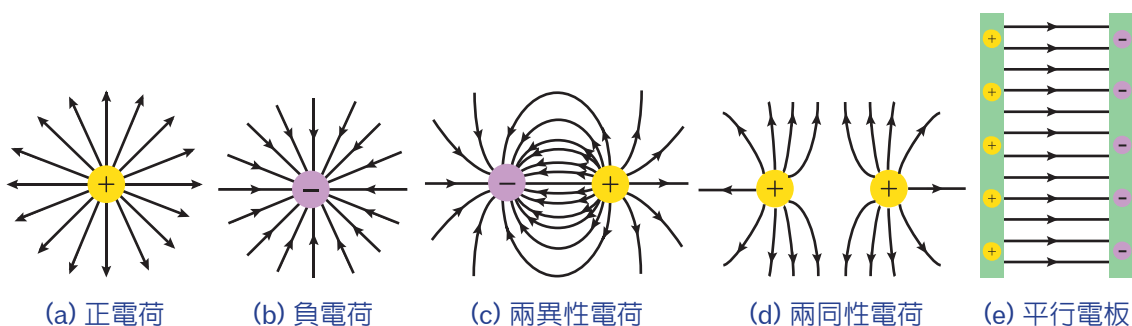


圖 5-12 電力線示意圖

自我練習

1. 下列敘述何者正確？

統測 105

- (A) 在電場中的電力線與電力線會相交
- (B) 電容器的標示為 104K 表示電容值為 $10.4\mu\text{F}$
- (C) 兩帶電體間存在之作用力大小與兩帶電體中心距離成反比
- (D) 單位正電荷在電場中某處所受之作用力即為該處之電場強度

平行板電場

若有兩個甚大的導電金屬平板，兩平板上分別帶有均勻的正電與負電，且兩平行板上的電荷密度是相同的。將兩平板平行擺放，此時兩平板間的電力線如圖 5-12(e) 所示，電場方向同電力線方向，且因板距遠小於極板面積，所以電場也是均勻分佈電場。

電位(electric potential)

如圖 5-13(a) 所示，座標原點放一正電荷 Q ，則此電荷建立一個電場 $\vec{E}$ 向外。若正電荷 q 於 x 軸距離原點 r 處的 b 點釋放，此電荷 q 必受到電場 $\vec{E}$ 的作用，會往右邊移到無限遠處（無限遠處電位能與電位定義為 0），如圖 5-13(b)。此時若將 q 由無限遠處緩慢移至距離固定電荷 Q 為 r 的 b 點移動，因逆著電場移動，外力必須做功才能移動，依功能定理，此功 W 必轉為此系統的電位能 U ：

$$U = W$$

而電位 V 的定義（請複習 1-5 電壓）是單位電荷所具有的電位能 W ，數學式如下：

$$V = \frac{U}{q} = \frac{W}{q} \quad (\text{伏特, V})$$

(公式 5-14)

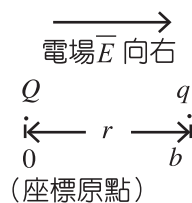


圖 5-13(a)

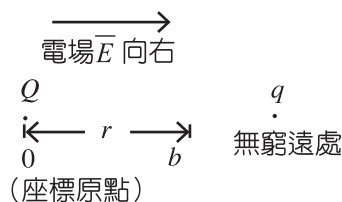


圖 5-13(b)

範例5-2b

如圖 5-13(a)，將 2C 的電荷自無窮遠處緩慢移至電場 b 點，外力做功 10 焦耳，求 b 點電位。

解

$$\text{依電位定義：} V_b = \frac{W}{q} = \frac{10}{2} = 5\text{V}$$

電位差

電場中的電位並非絕對的，而是與零電位的位置有關，但任意兩點間的電位差值是有絕對性的，並不會因零電位的選擇而改變。而兩點間電位的差值稱為**電位差** (electric potential difference)。若 a 點電位為 V_a ， b 點電位為 V_b ，兩點的電位差 V_{ab} 為：

$$V_{ab} = V_a - V_b$$

以上 V_{ab} 代表的意義為：如圖 5-13(c) 單位正電荷 q 由 b 點移至 a 點時，外力所需作的功 W 。以上定義，以數學式表示如下：

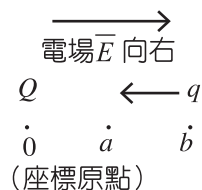


圖 5-13(c)

$$V_{ab} = V_a - V_b = \frac{W}{q}$$

(公式5-15)**範例5-2c**

將 2×10^{-3} 庫倫的正電荷由 b 點移向 a 點需作功 0.1 焦耳，若 a 點的電位為 60V，則 b 點的電位為何？

統測 112

(A) 20V (B) 10V (C) -10V (D) -20V

解

$$\text{依電位差的定義：} V_{ab} = V_a - V_b = \frac{W}{Q} = \frac{0.1}{2m}$$

$$\Rightarrow 60 - V_b = 50\text{V} \Rightarrow V_b = 10\text{V}$$

自我練習

1. 在一均勻電場中，將一單位正電荷由無窮遠處移到 B 點，所需能量為 3.2 電子伏特 (eV)，再將此電荷由 B 點移到 A 點需作功 3.2×10^{-19} 焦耳，則下列何者正確？統測 109
 (A) B、A 兩點的電位差 $V_{BA} = -2V$
 (B) A、B 兩點的電位差 $V_{AB} = 4V$
 (C) A 點的電位差 $V_A = 2V$
 (D) B 點的電位差 $V_B = -2V$
2. 在一均勻電場中，將一基本電荷由 a 點移至 b 點需作功為 2 電子伏特 (eV)，若 a 點電位為 2.5V，則 b 點電位為何？統測 108
 (A) 1.5V (B) 3V (C) 4.5V (D) 6V
3. 在 3 秒內將 10 庫侖的電荷由電位 10V 處移動到 50V 處，再從 50V 處移動到 30V 處，則總共作功多少焦耳？統測 104
 (A) 200 (B) 400 (C) 500 (D) 600

均勻電場與電位差

因電容器的板距 d 遠小於極板面積，所以正、負兩平行帶電板間的電場為均勻電場，假設電荷 $+q$ 於均勻電場 $\vec{E}$ 內，兩帶電板的間距為 d （如圖 5-14），欲施加外力 $\vec{F}$ 使電荷 $+q$ 由負電板移到正電板時，則此力作功為：

$$W = \vec{F}d = q\vec{E}d \quad (\text{焦耳, J})$$

(公式5-16)

將公式 5-16 等號右側的 q 移項可得

$$\frac{W}{q} = \vec{E}d$$

外力作功會轉換成電位能，依照公式 5-14 電位的定義可知

$$V = \frac{U}{q} = \frac{W}{q} = \vec{E}d \quad (\text{伏特, V})$$

(公式5-17)

由上式可知，兩平行帶電板的電位差與帶電板間的電場以及板距成正比，且為其乘積 $\vec{E}d$ 。

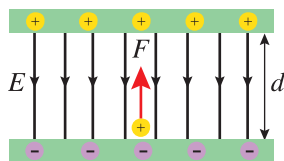


圖 5-14 均勻電場中帶電粒子的移動

範例5-2d

正、負兩平行帶電板相距 0.02 公尺，其電位差為 40 伏特，試求兩平行電板間的均勻電場大小？

解

由 $V = Ed$ 可知

$$40 = E \cdot 0.020 \Rightarrow E = 2000 \text{ N/C}$$

可得兩平行電板間的均勻電場 $E = 2000 \text{ (N/C)}$ 。

自我練習

1. 若正、負兩平行帶電板間的電場為 3000 牛頓 / 庫侖，且相距 0.030 公尺，求兩平行帶電板的電位差？
2. 空氣中有一半徑為 1.5 公尺的金屬球體，帶有 $0.04\mu\text{C}$ 的電量，造成球體外某處電位為 144V，則該處距離球心為多少公尺？
統測 106
(A) 0.9 (B) 1.7 (C) 2.5 (D) 3.4
3. 在一均勻電場中，若要在 0.05 秒內將一基本電荷由 a 點等速移至 b 點，其中 a 點電位為 10V， b 點電位為 20V，且 a 、 b 相距 5 公分，則所需之力和功率各為何？
統測 108
(A) 1.6 牛頓，1.6 瓦特 (B) 1.6×10^{-19} 牛頓， 1.6×10^{-19} 瓦特
(C) 3.2 牛頓，3.2 瓦特 (D) 3.2×10^{-17} 牛頓， 3.2×10^{-17} 瓦特

5-3 本章內容摘要

1. 電容量 C 為單位電壓 V 所帶有的電量 Q ，以數學式表示如下：

$$C = \frac{Q}{V} \quad (\text{法拉, F})$$

C 的單位符號是 F（法拉）。

Q 的單位符號是 C（庫倫）。

V 的單位符號是 V（伏特）。

2. 影響電容量大小的因素：

$$C = \varepsilon \frac{A}{d} \quad (\text{法拉, F})$$

C 的單位符號是 F（法拉）。

A 為金屬板面積，單位為 m^2 。

d 為兩金屬板距離，單位為 m。

ε 為兩金屬板之間材質的介電係數。

3. 介質強度：

$$\text{介質強度} = \frac{V}{d} \quad (\text{伏特 / 米, V/m})$$

介質強度單位為 V/m， V 的單位符號為 V（伏特）， d 的單位為 m。

4. 電容器儲能：

$$W = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \quad (\text{焦耳, J})$$

5. 電容的文字符號法的單位為 pF，有兩種表示方式。第一是用數字和字母結合，如 10p 代表 10pF，4.7 μ 代表 4.7 μ F；第二是用 3 位數字表示，其中第一、二位為有效數字位，表示容量值的有效數，第三位是倍數，表示有效數字後 0 的個數，單位為 pF。如 104 表示電容量為 10 000pF=100nF=0.1 μ F。
6. 電容的色標法與電阻相似。第一：若是四環，則此四環分別是「有效數字 1、有效數字 2、倍數（後面 0 的個數）、誤差」，例如：顏色「黃、紫、橙、銀」，代表 47 000pF $\pm$ 10%。第二：若是五環，則此五環分別是「有效數字 1、有效數字 2、有效數字 3、倍數（後面 0 的個數）、誤差」，例如：顏色分別是「紅、紅、黑、黑、金」，代表 220pF $\pm$ 5%。

7. 電容串聯特性：

- ① 等效電容量為所有電容量倒數之和再倒數：

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \text{ or } C_T = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} \text{ (與電阻並聯相似)。}$$

- ② 等效總電量為任一電容電量：
- $Q_T = Q_1 = Q_2$
- 。

- ③ 串聯分壓與自己電容量成反比：

$$V_1 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} V, \quad V_2 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} V \text{ (與電阻串聯分流相似)。}$$

8. 電容並聯特性：

- ① 所有電容端電壓都相同。

- ② 等效總電量為所有電量之和：
- $Q_T = Q_1 + Q_2$
- 。

- ③ 等效電容量為所有電容量之和：
- $C_T = C_1 + C_2$
- (與電阻串聯相似)。

9. 庫侖定律：

$$\vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad \vec{F} \text{ 方向定義為同性相斥，異性相吸}$$

$\vec{F}$ 為靜電力，單位是 N (牛頓)； r 為兩個點電荷相距的距離，單位是 m； q_1 、 q_2 為兩帶電體之電量，單位是 C (庫侖)； k 稱為庫侖靜電力常數，在真空中其值為 9×10^9 牛頓·公尺² / 庫侖²。

10. 電場：

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \text{ or } E = \frac{kQ}{r^2} \text{ 單位為牛頓 / 庫侖 (N/C)，方向定義為：正電荷向外，負電荷向內。}$$

11. 電力線性質如下：

- (1) 電力線始於正電荷而止於負電荷或無窮遠處。
- (2) 電力線上各點的切線方向，代表該點的電場方向。
- (3) 電力線的密度與該處電場大小成正比。
- (4) 電力線彼此排斥，互不相交。

12. 電位的定義：單位電荷由無窮遠處移至該點，外力所做的功 W 。(定義無窮遠處，電位為 0)

$$V = \frac{W}{q} \text{ (伏特, V)}$$

13. 電位差的定義： V_{ab} 代表單位正電荷 q 由 b 點移至 a 點時，外力所作的功 W 。

$$V_{ab} = V_a - V_b = \frac{W}{q} \quad (\text{伏特, V})$$

14. 均勻電場 $\vec{E}$ 與電位差 V 的關係： $\vec{E} = \frac{V}{d}$ (牛頓 / 庫侖, N/C)

5-4 課後習題

選擇題

1. 一個 $20\mu\text{F}$ 電容器以 30 微安培之定電流源充電，若電容器充電前電壓為零，則充電 20 秒後電容器上的電壓為多少伏特 (V)？ 台北捷運 112

(A) 60V (B) 30V (C) 20V (D) 10V

2. 由電容器為 $40\mu\text{F}$ ，耐壓 500 伏特；乙電容器為 $60\mu\text{F}$ ，耐壓 100 伏特；丙電容器為 $120\mu\text{F}$ ，耐壓 200 伏特。將以上三個電容器串聯後耐壓為多少伏特 (V)？ 台北捷運 112

(A) 300V (B) 400V (C) 500V (D) 600V

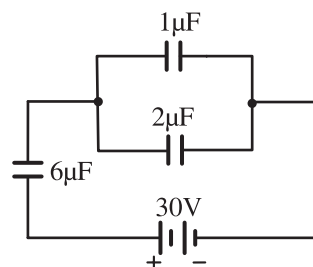
3. 如右圖所示，則 $2\mu\text{F}$ 電容器的充電電量為多少庫倫 (C)？ 身心障礙 112

(A) $20\mu\text{C}$

(B) $40\mu\text{C}$

(C) $60\mu\text{C}$

(D) $80\mu\text{C}$



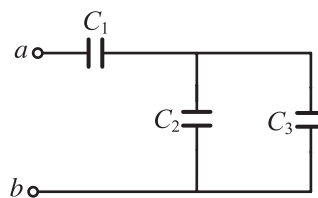
4. 如右圖所示的電容電路， C_1 耐壓 100V ，電容量 $20\mu\text{F}$ ； C_2 耐壓 40V ，電容量 $20\mu\text{F}$ ； C_3 耐壓 40V ，電容量 $10\mu\text{F}$ ；在所有電容器都不損壞的前提下，計算 a 與 b 兩端最大的電壓值為何？ 身心障礙 112

(A) 75 伏特 (V)

(B) 100 伏特 (V)

(C) 125 伏特 (V)

(D) 140 伏特 (V)



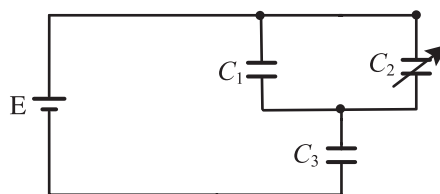
5. 如右圖所示之電路，其中 C_2 為可變電容。下列敘述何者錯誤？ 身心障礙 112

(A) C_2 愈大，則 C_3 儲存電能愈多

(B) C_2 愈大，則 C_1 的電荷愈少

(C) 不管 C_2 為何值，總電容量一定小於 C_3

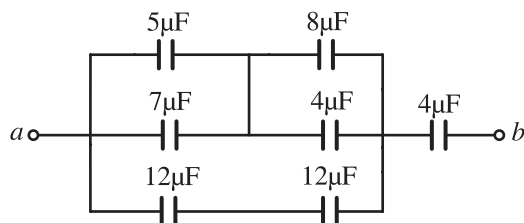
(D) C_2 愈小，則 C_2 兩端的電壓愈小



6. 如右圖所示的電容串並聯電路，計算 a 、 b 兩端點的等效電容量為何？

初等考 112

- (A) $3\mu\text{F}$
(B) $6\mu\text{F}$
(C) $12\mu\text{F}$
(D) $16\mu\text{F}$



7. 具有儲存電荷能力的裝置稱之為電容器，通常以 Q 表示電容器所儲存的電荷量， C 表示電容器的電容量， V 表示電容器兩端的電位差， W 表示電容器所儲存的電能， I 表示流過電容的電流值， t 表示時間。關於電容器公式的敘述，下列何者錯誤？

初等考 112

- (A) $Q = C \times V$ (B) $W = 1/2 \times C \times V^2$ (C) $Q = I \times t$ (D) $W = C \times I^2$

8. 兩平行板電容器 C_1 及 C_2 串聯後，再連接到一個 10 伏特電池。已知 C_1 的板距為 C_2 板距的 2 倍，且 $C_1 = 1$ 法拉， $C_2 = 5$ 法拉，則電容器 C_1 內的電場為 C_2 電場的多少倍？

初等考 112

- (A) 0.2 (B) 2.5 (C) 5 (D) 10

9. 空間中有一強度為 200 伏特 / 公尺的均勻電場，若將一電荷沿著與電場方向成 120 度角的方向移動 50 公尺，需做功 20000 焦耳，則此電荷的帶電量為多少庫侖？

鐵路特考 112

- (A) 10 (B) 8 (C) 7 (D) 4

10. 一平行極板電容器，其電容值 C 和平行極板之距離 d 的關係為何？

鐵路特考 112

- (A) 正比 (B) 反比 (C) 平方正比 (D) 平方反比

11. 假設在空氣中距離 4 公尺的兩個靜電荷會產生 20 牛頓的作用力，將兩者之間距離變成 8 公尺，則作用力變成：

台北自來水 111

- (A) 5 牛頓 (B) 10 牛頓 (C) 20 牛頓 (D) 40 牛頓

12. 在 $20\mu\text{F}$ 電容器的兩端測得 80V 電壓，該電容器儲存電荷量為何？

自來水 111

- (A) 800 微庫侖 (B) 1600 微庫侖 (C) 3200 微庫侖 (D) 6400 微庫侖

13. 有三個電容器分別為 $C_1 = 6\mu\text{F}$ ， $C_2 = 12\mu\text{F}$ ， $C_3 = 18\mu\text{F}$ ，若電容器 C_1 、 C_2 串聯以後，再並聯電容器 C_3 ，則總電容為何？

自來水 111

- (A) $9\mu\text{F}$ (B) $13.2\mu\text{F}$ (C) $22\mu\text{F}$ (D) $36\mu\text{F}$

14. 電容量為 $0.02\mu\text{F}$ 的平行板電容器，若將板面積加倍且板間距離減半，則電容量為： 台北自來水 111

(A) $0.16\mu\text{F}$ (B) $0.08\mu\text{F}$ (C) $0.04\mu\text{F}$ (D) $0.02\mu\text{F}$

15. 兩個電容分別為 $C_1=60\mu\text{F}$ 、 $C_2=40\mu\text{F}$ ，串聯後的總電容為何？ 台糖 111

(A) $12\mu\text{F}$ (B) $24\mu\text{F}$ (C) $50\mu\text{F}$ (D) $100\mu\text{F}$

16. 有一陶瓷電容器標示為 104J，此電容器的電容值為多少？ 台糖 111

(A) $0.1\mu\text{F}$ (B) $0.01\mu\text{F}$ (C) $1\mu\text{F}$ (D) $104\mu\text{F}$

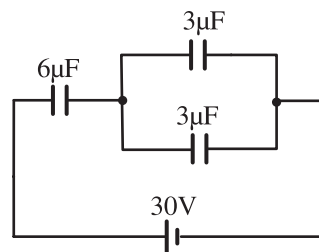
17. 如右圖所示電路，電路的總電容量 $C_T=?$ 台糖 111

(A) $1\mu\text{F}$

(B) $3\mu\text{F}$

(C) $7.5\mu\text{F}$

(D) $12\mu\text{F}$



18. 如右圖所示電路，下列何者正確？（複選）

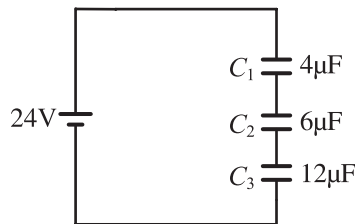
台糖 111

(A) 總電荷量 $Q_T=528\mu\text{C}$

(B) $V_{C1}=4.26\text{V}$

(C) $V_{C2}=8\text{V}$

(D) $V_{C3}=4\text{V}$

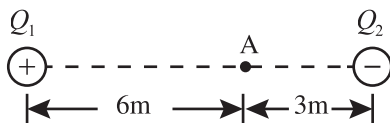


填充題

1. 電容器 $C_1=4\mu\text{F}$ ，耐壓為 300V，電容器 $C_2=12\mu\text{F}$ ，耐壓為 600V，若將 C_1 及 C_2 串聯，則其總耐壓變為_____伏特 (V)。 台電 112

2. 有一 10 微法拉 (μF) 的電容器，測得兩端的電壓值為 4 伏特 (V)，將其加入 2 毫安培 (mA) 的直流電流源，使電壓值繼續上升。當時間經過 20 毫秒 (ms) 後，則電容器兩端的電壓值會變為_____伏特 (V)。 台電 111

3. 如下圖所示， $Q_1=36\times 10^{-9}$ 庫侖 (C)， $Q_2=-27\times 10^{-9}$ 庫侖 (C)，已知兩電荷相距 9 公尺 (m)，則 A 點的電場強度為_____牛頓 / 庫侖。(電場係數 $K=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}=9\times 10^9$) 台電 111



素養觀念題

1. 小明發現電腦主機板 IC 電源的旁邊都有放一顆電容器，請說明其用途？
2. 小明脫下毛衣時，會有劈啪響聲，請問與本章的哪一理論有關？
3. 請問閃光燈的瞬間放電與本章哪一理論有關？
4. 小明將 2 個電阻串聯，可提高電阻，請問將兩個電容串聯，是否可以提高電容量？兩個電容並聯是否可以提高電容量？
5. 小明摩托車的火星塞點火，請問可利用本章哪一原理解釋？
6. 小華看到閃電，請問可利用本章哪一原理解釋？
7. 小華新買的噴墨印表機，可利用本章哪一原理解釋？

MEMO

Chapter 06

電感及電磁



學習大綱

- 6-1 電感器與電感量
- 6-2 電磁效應
- 6-3 電磁感應
- 6-4 本章內容摘要
- 6-5 課後習題

學習目標

1. 使學生瞭解電感器與電感量的定義與計算
2. 使學生瞭解電感器的串並聯計算
3. 使學生瞭解自感、互感與電感的儲能計算
4. 使學生瞭解電生磁的效應
5. 使學生瞭解變動的磁場可以生電



6-1 電感器與電感量

前面 5-1 節有提到任意兩個金屬板平行放置，就是簡單電容器。現在若將有絕緣皮金屬線或漆包金屬線纏繞成圓柱狀，如圖 6-1，此即為**空氣心電感器 (inductor)**，圖 6-2 是金屬線纏繞在鐵心，此稱為鐵心電感器。這一些電感器只要通入直流電，因為載流導線會形成**磁場 (magnetic field)**，符號是 B ，有磁場就有**磁通量 (magnetic flux)**，符號 ϕ （備註：第一：磁通量 $\phi = B \cdot A$ （點積運算） $= BA \cos \theta$ ， θ 為 B 與截面積 A 的夾角。第二：磁通量是可量測的物理量，有磁通量計，可量測其磁通量 ϕ ）。所以定義電感 (inductance，符號是 L) 為單位電流所感應的**磁通鏈 (flux linking)**，符號 λ （備註： ϕ 是磁通量， N 是線圈纏繞匝數， $N\phi$ 定義為磁通鏈 λ ），數學式如下：

$$L = N \frac{\phi}{I} \quad (\text{亨利, H})$$

(公式6-1)

L 是電感量符號，單位是亨利，符號是 H （備註：電感大小、電感值和電感量都是指電感，符號是 L ）

N 是線圈匝數， ϕ 是磁通量，單位符號是 Wb （韋伯）

$N\phi$ 定義為磁通鏈，單位符號也是 Wb （韋伯）

I 是電流，單位是安倍，單位符號是 A

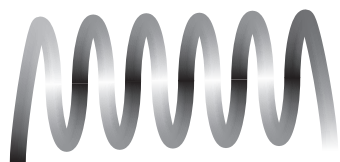


圖 6-1 空氣心電感器

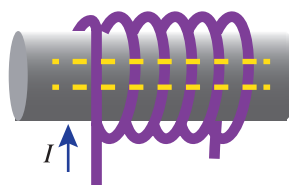


圖 6-2 鐵心電感器

電感器符號

圖 6-3(a) 是空氣心電感器符號，圖 6-3(b) 是鐵心電感器符號，圖 6-3(c) 是磁心電感器符號，圖 6-3(d) 是可變電感器符號。

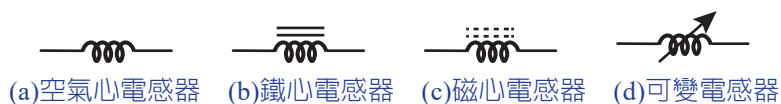


圖 6-3 各種材料的電感器符號

範例6-1a

有一 100 匝的線圈通以 10 安培電流，於未飽和情況下，產生的磁力線數為 2×10^6 線，則此線圈的電感量為多少亨利？ 統測 107

(A)20 (B)2 (C)0.2 (D)0.02

解

(1) 1Wb 定義為 10^8 條磁力線數，所以 2×10^6 線 = 0.02Wb。

(2) 電感量定義為 $L = N \frac{\phi}{I} = \frac{100 \cdot 0.02}{10} = 0.2\text{H}$ ，所以答案選 C。

影響電感大小的因素

如圖 6-4 的電感器，依據實驗，電感量 (L) 和心材的導磁係數 (μ)、截面積 (A)、匝數平方 (N^2) 成正比，和線圈長度 (ℓ) 成反比，以數學式表示如下：

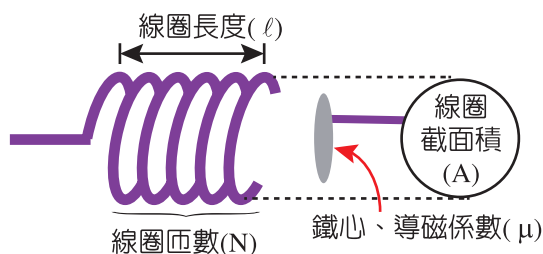


圖 6-4 影響電感量的因素

$$L = \frac{\mu AN^2}{\ell} \quad (\text{亨利, H})$$

(公式6-2)

L 是電感符號，單位是亨利，單位符號是 H

μ 導磁係數，單位是 H/m

A 是截面積，單位是 m^2

N 是匝數，單位是匝。

其中， μ （希臘字母讀作 mu）表示介質的導磁係數（permeability），為了方便計算，又定義 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ （亨利 / 公尺，簡稱 H/m）， μ_0 為空氣或真空中的導磁係數， μ_r 為相對導磁係數，在空氣或真空中， $\mu_r = 1$ 。

範例6-1b

有一相對導磁係數 μ_r 為 100 的圓形鐵心，其半徑 1m，長度為 2cm，其上繞有 100 匝的線圈，試求：(1) 其電感量為多少 mH？(2) 若將其長度變為兩倍，則電感量變為多少 mH？(本例 π 使用 3 計算)

解

(1) 截面積 $A = \pi r^2 = \pi = 3$ ($r=1$)

$$L = \frac{\mu \cdot A \cdot N^2}{\ell} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \cdot 100 \cdot 3 \cdot (100)^2}{2 \times 10^{-2}} = 20\pi = 60\text{H}$$

(2) 長度變為 2 倍，則 L 變為一半 = 30H

範例6-1c

某電感器的線圈匝數為 50 匝，其電感值為 5mH，電感器的磁路結構及材質為固定，且不考慮磁飽和現象，若線圈的匝數更新為 100 匝，則更新後的電感值為何？

統測 110

(A) 20mH (B) 10mH (C) 2.5mH (D) 1.25mH

解

依據公式 6-2，電感量與匝數平方成正比，新匝數為 2 倍，所以新電感為 4 倍，所以新電感 = $5\text{m} \times 4 = 20\text{mH}$

自我練習

1. 由線圈及鐵心構成的電感器，若 μ 為鐵心的導磁係數 (H/m)， A_c 為鐵心截面積 (m^2)， l_c 為鐵心的平均長度 (m)， N 為線圈的匝數；忽略鐵心磁飽和，則其電感量 (單位為 H) 為何？

統測 103B

(A) $\frac{\mu A_c N}{l_c}$ (B) $\frac{\mu A_c N^2}{l_c}$ (C) $\frac{\mu l_c N^2}{A_c}$ (D) $\frac{\mu l_c N}{A_c}$

電感的標示

電感的標示有色環標示、數碼標示與沒有標示，分別說明如下：

1. 色環標示：電感色環與電阻相同，但是其單位是 μH ，例如圖 6-5a，編號 1 電感色環分別是『棕黑金銀』，代表其值是 $10 \times 10^{-1} \mu\text{H} \pm 10\% = 1 \mu\text{H} \pm 10\%$ ；編號 2 電感色環分別是『棕黑紅銀』，代表其值是 $10 \times 10^2 \mu\text{H} \pm 10\% = 1 \text{mH} \pm 10\%$ ；編號 3 電感色環分別是『棕黑橙銀』，代表其值是 $10 \times 10^3 \mu\text{H} \pm 10\% = 10 \text{mH} \pm 10\%$ 。

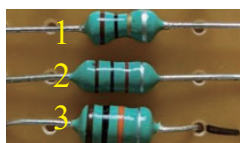


圖 6-5a

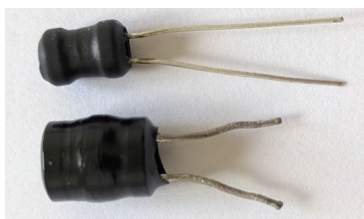


圖 6-5b 立式電感



圖 6-5c 繞線式環形電感

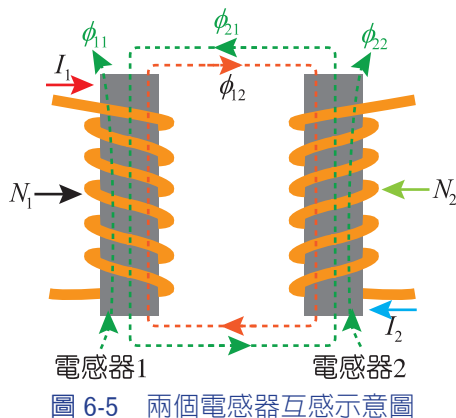
2. 數碼標示法：將數碼印製在電感器上，通常是用 3 個阿拉伯數字標示電感器的容量，其中前兩位是有效值數字，第三位為乘幂（10 的幾次方，即表示有效值後有多少個 0），基本單位為 μH 。例如 122J，即表示 $12 \times 10^2 \pm 5\% \mu\text{H} = 1.2 \text{mH} \pm 5\%$ 。最後一碼：K 表示誤差 10%，J 表示誤差 5%，M 表示誤差 20%。
3. 沒有標示：立式電感，如圖 6-5b，繞線式環形電感，如圖 6-5c，此類電感常見於電源供應器，以上兩種電感通常沒標示，僅能使用 LCR 表量測。

自我練習

1. 有一電感，顏色為「橙黑金銀」，其值=_____，誤差=_____。
2. 有一電感，標示 303K，其值=_____，誤差=_____。

互感

前面的電容器，因為電場是在平行金屬板內，所以相鄰的電容器不會互相影響電容量。但是電感器的磁力線，雖是封閉磁力線，但卻圍繞在電感器周圍，若兩電感器相鄰放置，則此磁力線也會跑到相鄰的電感器。磁力線跑到相鄰的電感器，也會產生電感量，此稱為互感（mutual-inductance）。如圖 6-5，電感器 1 共產生 ϕ_1 的磁通量（ ϕ_1 含 ϕ_{11} 與 ϕ_{12} ，且 $\phi_1 = \phi_{11} + \phi_{12}$ ），其中 ϕ_{11} 僅在自己線圈內環繞，此稱為漏磁通； ϕ_{12} 則進入相鄰的電感器 2，此磁通稱為交連磁通或互磁通，則此磁通也會產生電感，此電感因為是電感 1 的磁通所造成，所以稱為互感 M_{12} 。此互感 M_{12} 以數學式表示如下：



$$M_{12} = \frac{N_2 \phi_{12}}{I_1} \quad (\text{亨利, H})$$

(公式6-3a)

同理，電感器 2 共產生 ϕ_2 的磁通量（ ϕ_2 含 ϕ_{21} 與 ϕ_{22} ，且 $\phi_2 = \phi_{21} + \phi_{22}$ ），其中 ϕ_{22} 僅在自己線圈內環繞，此稱為漏磁通； ϕ_{21} 則進入相鄰的電感器 1，則此磁通也會產生電感，此電感因為是電感 2 的磁通所造成，所以稱為互感 M_{21} 。此互感 M_{21} 以數學式表示如下：

$$M_{21} = \frac{N_1 \phi_{21}}{I_2} \quad (\text{亨利, H})$$

(公式6-3b)

以上 M_{12} 與 M_{21} ，因為磁力線路徑相同，導磁效應也相同，其值也相同，所以統一以符號 M 表示如下：

$$M = M_{12} = M_{21} \quad (\text{亨利, H})$$

(公式6-3c)

耦合係數

電感器 1 的互磁通 ϕ_{12} 與電感器 1 的所有磁通的比值，定義為**耦合係數 (coefficient of coupling)**，符號為 K_m ，所以電感器 1 的耦合係數，以數學式表示如下：

$$K_m = \frac{\phi_{12}}{\phi_1} \quad \text{(公式6-4a)}$$

同理，電感器 2 的耦合係數如下：

$$K_m = \frac{\phi_{21}}{\phi_2} \quad \text{(公式6-4b)}$$

以上耦合係數，因為磁力線路徑相同，導磁效應也相同，其值也相同，所以：

$$K_m = \frac{\phi_{12}}{\phi_1} = \frac{\phi_{21}}{\phi_2} \quad \text{(公式6-4c)}$$

由於：

$$M = M_{12} = \frac{N_2 \phi_{12}}{I_1} = \frac{N_2 K_m \phi_1}{I_1} = K_m \frac{N_2}{N_1} \cdot \frac{N_1 \phi_1}{I_1} = K_m \frac{N_2}{N_1} L_1 \quad \text{①}$$

$$M = M_{21} = \frac{N_1 \phi_{21}}{I_2} = \frac{N_1 K_m \phi_2}{I_2} = K_m \frac{N_1}{N_2} \cdot \frac{N_2 \phi_2}{I_2} = K_m \frac{N_1}{N_2} L_2 \quad \text{②}$$

由① × ②得到：

$$M^2 = K_m^2 L_1 L_2 \Rightarrow M = K_m \sqrt{L_1 L_2} \quad \text{(亨利，H)} \quad \text{(公式6-5)}$$

(註①： ϕ_{12} 用 $K_m \phi_1$ 取代。註②：分子分母上下同乘以 N_1 。)

範例6-1d

線圈 A、B 相鄰放置，若是 A 線圈 100 匝，B 線圈 80 匝，線圈 A 通過 0.8 安培電流時產生 4×10^{-3} Wb 的磁通量，其中有 2×10^{-3} Wb 與線圈 B 發生交互作用，則 (1) 線圈 A 的自感為多少？(2) 兩線圈互感為多少？(3) 耦合係數為多少？(4) B 線圈自感是多少？

解

$$(1) L_1 = \frac{N_1 \phi_1}{I_1} = \frac{(100)(4 \times 10^{-3})}{0.8} = 0.5H$$

$$(2) M = \frac{N_2 \phi_{12}}{I_1} = \frac{(80)(2 \times 10^{-3})}{0.8} = 0.2H$$

$$(3) L_m = \frac{\phi_{12}}{\phi_1} = \frac{2 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{-3}} = 0.5$$

$$(4) M = K_m \sqrt{L_1 L_2} \quad 0.2 = 0.5 \sqrt{0.5 \cdot L_2} \Rightarrow L_2 = 0.32H$$

自我練習

1. 有兩相鄰線圈 N_1 為 300 匝， N_2 為 600 匝，當線圈 2 通以 6A 電流時，產生磁通 20 韋伯，其中 15 韋伯交鏈至線圈 1，試求 (1) 互感 M 為多少亨利？(2) 線圈 2 的自感？
2. 匝數分別為 500 匝和 1000 匝的 X 線圈與 Y 線圈，若 X 線圈通過 5A 電流時，產生 4×10^{-4} Wb 磁通量，其中 90% 交鏈至 Y 線圈，則 X 線圈自感 L 及兩線圈互感 M 分別為何？

統測 104

(A) $L=72\text{mH}$ ， $M=40\text{mH}$ (B) $L=70\text{mH}$ ， $M=40\text{mH}$ (C) $L=40\text{mH}$ ， $M=70\text{mH}$ (D) $L=40\text{mH}$ ， $M=72\text{mH}$ **電感器的串聯**

因為兩個靠近的電感會有互感，若距離拉遠，其互感量才可忽略。所以電感器的串並聯，都與其擺設位置有關，都分為無互感與有互感的串並聯，兩種計算方式說明如下：

1. **無互感串聯**：若兩電感串聯，且擺放位置相距很遠，則兩電感無互感，無互感串聯的總電感是各電感之和：

$$L_T = L_1 + L_2 \text{ (亨利, H)}$$

(公式6-6)

此與電阻串聯相似。

2. **有互感串聯**：若兩電感擺放位置距離相近，則兩電感磁力線相通，會有互感。有互感的串聯又分為串聯互助與串聯互消。第一：若兩個電感的線圈纏繞方向相同，則自感磁力線與互感磁力線方向相同（備註：磁力線方向的定義，請看 6-2 節：使用安培右手定則的步驟如下：(1)：用右手。(2)：用右手四指環繞電流方向。(3)：握住線圈，此時大拇指方向即為線圈內磁力線方向，此稱為安培右手定則，6-2 節會正式介紹），總磁力線有相加的效果，如圖 6-6，稱為串聯互助。串聯互助的電路符號標示如圖 6-7，黑點在同一側，表示其自感與互感相加，其總電感如下：

$$L_T = (L_1 + M) + (L_2 + M) = L_1 + L_2 + 2M \quad (\text{亨利, H})$$

(公式6-7a)

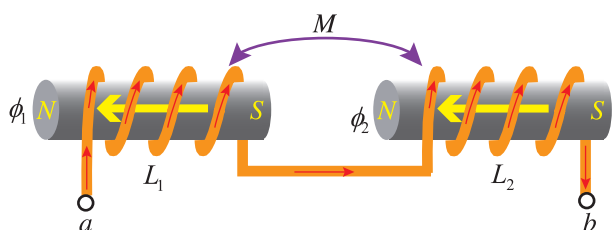


圖 6-6 串聯互助線圈纏繞示意圖

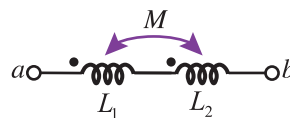


圖 6-7 串聯互助電路符號

第二：若兩個電感的線圈捲繞方向相反，如圖 6-8a，此稱為串聯互消。串聯互消，電路符號標示如圖 6-8b，黑點在不同側，表示互感的磁力線與自感磁力線方向不同，總磁力線相減，其總電感量如下：

$$L_T = (L_1 - M) + (L_2 - M) = L_1 + L_2 - 2M \quad (\text{亨利, H})$$

(公式6-7b)

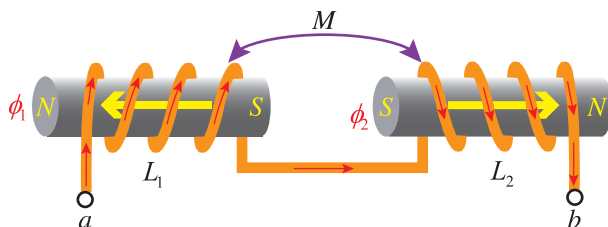


圖 6-8a 串聯互消線圈纏繞示意圖

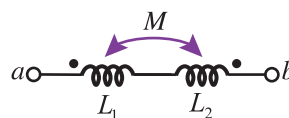


圖 6-8b 串聯互消電路符號

範例6-1e

如上頁圖 6-8a 所示，若 $L_1=3\text{H}$ 、 $L_2=12\text{H}$ 、 $K_m=0.4$ ，則：

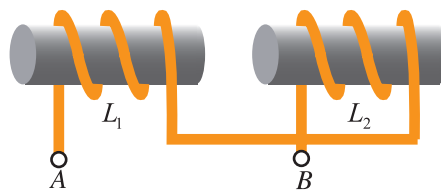
- (1) 兩線圈的接法屬於哪一種？
- (2) 互感 M 為何？
- (3) 總電感 L_{AB} 為何？

解

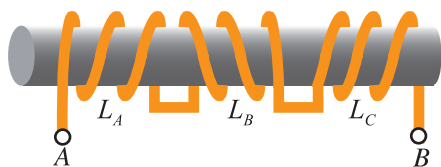
- (1) 此二線圈纏繞方向相反，視為串聯互消。
- (2) $M = K_m \sqrt{L_1 L_2} = 0.4 \sqrt{3 \cdot 12} = 2.4\text{H}$
- (3) $L_{AB} = L_1 + L_2 - 2M = 3 + 12 - 2 \cdot 2.4 = 10.2\text{H}$

自我練習

1. 如圖(1)所示之電路， $L_1=12\text{H}$ ， $L_2=4\text{H}$ ， $K_m=0.8$ ，求總電感為多少亨利？
2. 如圖(2)所示之串聯電路， $L_A=6\text{H}$ ， $L_B=8\text{H}$ ， $L_C=20\text{H}$ ，三者之互感均為 2H ，求總電感為多少亨利？



圖(1)



圖(2)

電感器的並聯

電感器的並聯也分爲有互感並聯與無互感並聯，分別說明如下：

1. **無互感並聯**：無互感並聯的總電感是爲各電感倒數之和再倒數：

$$\frac{1}{L_T} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \Rightarrow L_T = \frac{L_1 \times L_2}{L_1 + L_2} \quad (\text{亨利, H})$$

(公式6-8)

此與電阻並聯相似。

2. **有互感並聯**：有互感的並聯又分爲並聯互助、與並聯互消。第一：若兩個電感的線圈纏繞方向相同，如圖 6-9a，稱爲並聯互助。並聯互助電路符號標示如圖 6-9b，黑點在同一側，表示自感與互感磁通方向相同，總電感如下：

$$L_T = \frac{L_1 \times L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2 \times M} \quad (\text{亨利, H})$$

(公式6-9a)

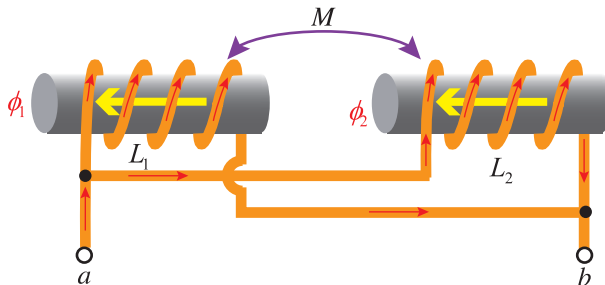


圖 6-9a 並聯互助線圈纏繞示意圖

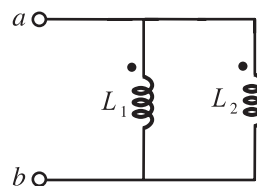


圖 6-9b 並聯互助電路符號

第二：若兩個電感的線圈纏繞方向相反，如圖 6-10a，電路符號標示如圖 6-10b，黑點在不同側，表示其磁通方向相反，總電感如下：

$$L_T = \frac{L_1 \times L_2 - M^2}{L_1 + L_2 + 2 \times M} \quad (\text{亨利, H})$$

(公式6-9b)

以上公式推導較爲複雜，本書不予介紹，但其分子都相同，都是 $L_1 \times L_2 - M^2$ ，分母樣式也相同，只是互助時總電感較大，所以分母取「-」 $2M$ ，並聯互消時，總電感較小，所以分母取「+」 $2M$ 。

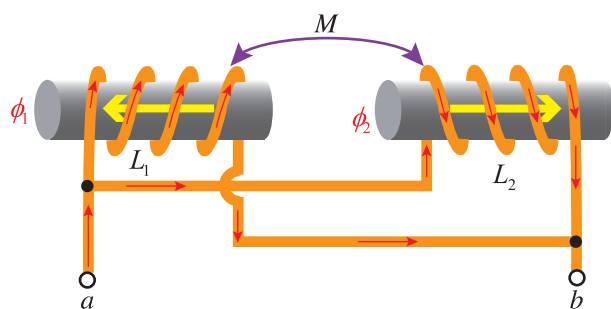


圖 6-10a 並聯互消線圈捲繞示意圖

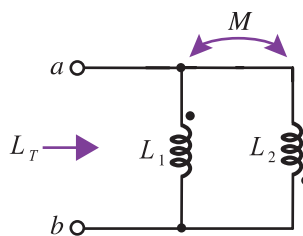
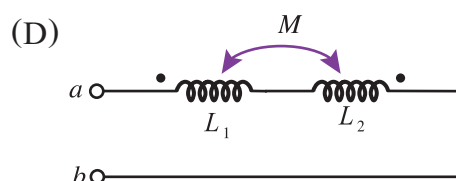
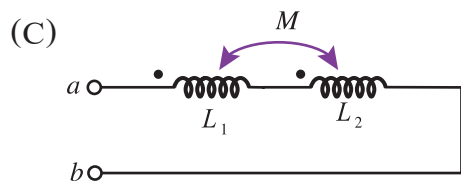
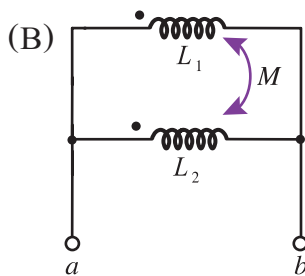
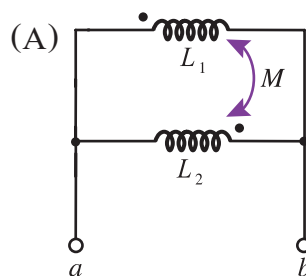
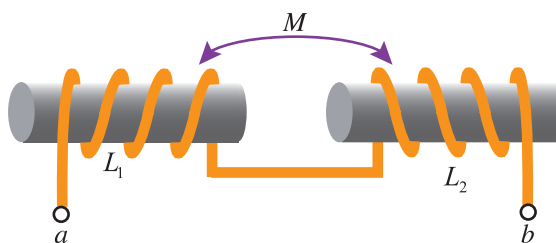


圖 6-10b 並聯互消電路符號

範例6-1f

右圖為電感器示意圖，互感量為 M ，若以等效電路表示，則下列何者正確？

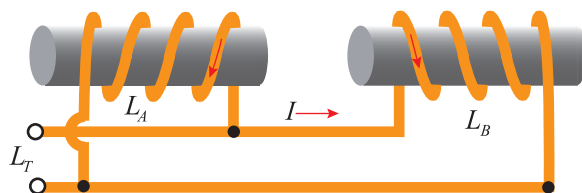
統測 111

**解**

- (1) 此為串聯電路。
- (2) 依安培右手定則 L_1 磁力線向左， L_2 磁力線向右，所以此為串聯互消，黑點應該點在不同位置，所以答案選 (D)。

自我練習

1. 如下圖所示之並聯線圈， $L_A=6\text{H}$ ， $L_B=4\text{H}$ ，互感 M 為 1H ，則其總電感為多少亨利？



2. 如右圖所示，各電感之間無互感存在，則 a 、 b 兩端之總電感值為多少？ 統測 106
 (A) 15mH (B) 11mH (C) 8mH (D) 4.5mH
3. 有兩電感器 $L_1=16\text{mH}$ 及 $L_2=9\text{mH}$ ，且考慮兩電感間的互感，則下列敘述何者可能正確？統測 105
 (A) 互感 $M_{12}=15\text{mH}$ (B) 串聯後等效電感為 $L_{eq}=60\text{mH}$
 (C) 並聯後等效電感為 $L_{eq}=9\text{mH}$ (D) 並聯後等效電感為 $L_{eq}=16\text{mH}$
4. 兩電感 L_1 、 L_2 為並聯互消連接，若將耦合係數 K 提高，則其總電感量變化為何？ 統測 109
 (A) 不變 (B) 減少 (C) 線性增加 (D) 平方增加
5. 有耦合的兩線圈，線圈 1 與線圈 2 之匝數分別是 100 匝及 200 匝，線圈 1 加入 5 安培電流產生 5 毫韋伯磁通，其中有 4 毫韋伯磁通與線圈 2 交鏈，請問此兩線圈的耦合係數及線圈 2 的自感量分別為何？ 統測 102
 (A) 0.4 ， 0.8H (B) 0.8 ， 0.4H (C) 0.6 ， 0.5H (D) 0.5 ， 0.6H

電感器儲能

前面在 5-1 節的電容器是以電場的形式儲存能量，其能量 $W = \frac{1}{2}CV^2$ ，而電感器是以磁場的形式儲存能量，當電流增加時，磁通鏈 $N\phi$ 也跟著逐步增加。電感與電容相同，電流的增加也不是與電阻相同，可以同步瞬間完成，此稱為暫態，

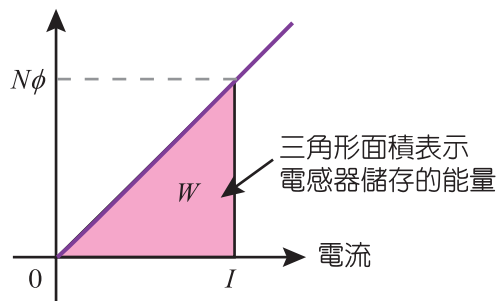


圖 6-11 電感器儲能

請看第七章。所以，電流 I 與磁通鏈 $N\phi$ 的變化如圖 6-11，電感器的儲能為「磁通鏈 - 電流」直線下面的紅色三角形面積：

$$W = \frac{1}{2} \times N\phi \times I \quad (\text{焦耳, J})$$

(公式6-10a)

又因為 $N\phi = LI$ ，所以

$$W = \frac{1}{2} \times N\phi \times I = \frac{1}{2} \times LI^2 \quad (\text{焦耳, J})$$

(公式6-10b)

範例6-1g

兩個電感 $L_1=12\text{mH}$ 、 $L_2=8\text{mH}$ 串聯，且兩個電感之間無互感效應，若流過電感的直流電流為 20A ，則此兩個電感的總儲存能量為多少焦耳？ 統測 112
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

解

(1) 無互感串聯總電感如下：

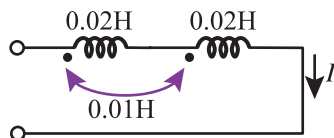
$$L_T = L_1 + L_2 = 12\text{m} + 8\text{m} = 20\text{mH}$$

(2) 電感器儲能公式是：

$$W = \frac{1}{2} \times N\phi \times I = \frac{1}{2} \times LI^2 = \frac{1}{2} \cdot 20\text{m}(20)^2 = 4\text{J} \quad (\text{選C})。$$

自我練習

- 某電感值為 0.5H 的線圈，若通過 4A 電流可產生 0.01 韋柏(Wb)磁通，則該線圈的匝數與儲存磁能分別為何？ 統測 104
(A) 200 匝，4 焦耳
(B) 200 匝，2 焦耳
(C) 100 匝，4 焦耳
(D) 100 匝，2 焦耳
- 如右圖所示之兩電感串聯電路，其中自感皆為 0.02H ，互感為 0.01H ，若直流電流 I 為 10A ，則此電路的總儲能為何？ 統測 103
(A) 5 焦耳 (B) 3 焦耳 (C) 0.3 焦耳 (D) 0.2 焦耳



6-2 電磁效應

1820 年，厄斯特（Hans Christian Orsted，1777~1851，丹麥人）在上課時意外發現，將磁針放在通過電流的導線附近，會使磁針產生偏轉。這項發現讓原本互不相關的電流與磁場有了新的關聯，開啓了現在電磁學的發展與應用。以下分別介紹長直導線、圓形導線、螺線管導線，當通過電流時，所形成的磁場效應。

長直導線的磁場與方向

如圖 6-12 的長直導線， P 點與長直導線垂直距離為 r ，當長直導線上的電流為 I 時，經由實驗發現 P 點磁場大小與電流成正比，與距離 r 成反比，以數學式表示如下：

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad (\text{特斯拉, T or Wb/m}^2)$$

(公式6-11)

B 為磁通量密度（單位面積的磁通量），單位為 Wb/m^2 或 T（特斯拉）

μ_0 是真空導磁係數 $= 4\pi \times 10^{-7}$

I 是電流，單位符號 A（安培）

r 是量測點與長直導線的垂直距離，
單位 m（公尺）

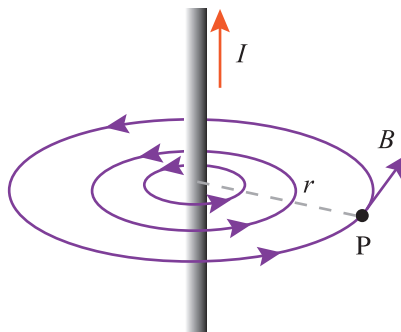


圖 6-12 長直導線磁場示意圖

磁場方向則為以右手握住導線，拇指指向電流方向，則四指的螺旋方向為磁場方向，此一磁場方向的判別稱為安培右手定則，如圖 6-13。圖 6-14 則是在導線旁灑磁粉，磁粉排列的形狀，此顯示磁場的方向與強弱分布。圖 6-15，則是在導線旁，放置磁針，磁針顯示磁場的方向。

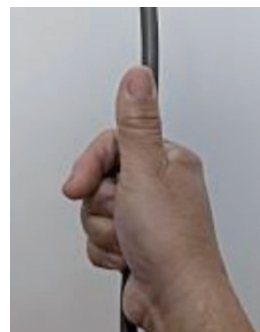


圖 6-13 安培右手定則的磁場方向

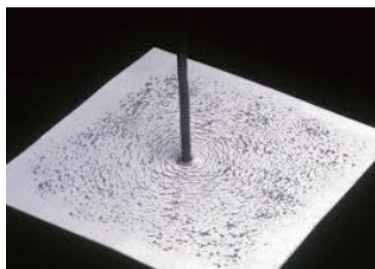


圖 6-14 以磁粉顯示長直導線建立的磁場
(摘自<https://happy.mcjh.ntpc.edu.tw>)

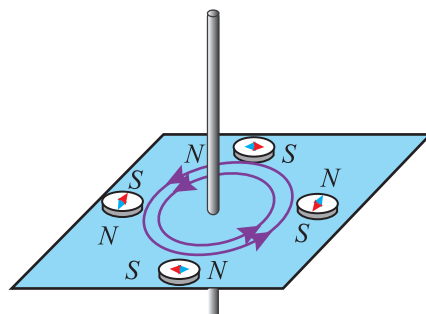


圖 6-15 以磁針顯示長直導線建立的磁場

範例6-2a

一長直導線中通以 40 安培的電流，則距離導線 20 公分處的磁場量值為多少特斯拉？（請忽略地磁的影響）

解

利用 $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ ，可得 $B = \frac{(4\pi \times 10^{-7}) \times 40}{2\pi \times 0.2} = 4.0 \times 10^{-5} \text{ (T)}。$

自我練習

1. 假設一長直導線垂直地面，電流由下而上並通以 20 安培的電流，則導線東方 10 公分處的磁場大小與方向為何？

圓形導線的磁場

若將導線圍成一圓形線圈，並加上直流電，稱此為圓形導線。圓形導線可視為很多段長直導線的集合，每一小段長直導線的磁場，如圖 6-16。圓形導線的磁場以積分的原理分析如下：將圓形導線視為很多段的長直導線連結在一起，每一小段長直導線都能建立磁場，方向都遵循安培右手定則，則每一小段在圓心處的磁場都是：

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

以積分方法累加這些磁場，可以推得圓形導線的磁場是：

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \quad (\text{特斯拉, T or Wb/m}^2)$$

(公式6-12)

以上是一環圓形導線的磁場，若線圈有 N 匝環繞時，圓心處的磁場大小為：

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2r} \quad (\text{特斯拉, T or Wb/m}^2)$$

(公式6-13)

圓形導線磁力線方向也適用安培右手定則，也是使用右手，但圓形導線改用四指指向電流方向，拇指方向即為磁場方向。例如，如圖 6-17，圓形導線電流方向為逆時針，右手定則使用步驟如下：第一：使用右手四指指向電流方向，第二：大拇指的圓心方向，即為磁場方向。

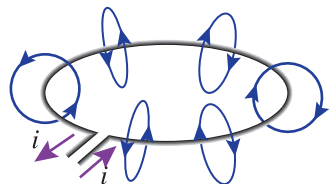


圖 6-16 圓形導線建立的磁場
(摘自教育雲)

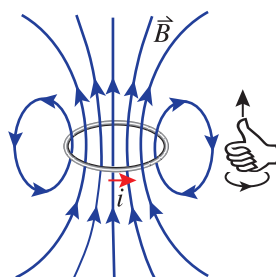


圖 6-17 以安培右手定則判別圓形導線磁場方向

範例6-2b

有一纏繞 6 匝的圓形線圈通有 8.0 安培的電流，線圈的半徑為 10 公分，求其圓心的磁場為多少特斯拉？（本題 π 請以 3 計算）

解

$$\text{圓形導線的磁場 } B = \frac{\mu_0 NI}{2r} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \cdot 6 \cdot 8}{2 \cdot 0.1} = 2.88 \times 10^{-4} \text{ T}。$$

螺線管內的磁場與方向

如圖 6-18，將一長導線均勻纏繞成圓柱形的線圈，稱此為**螺線管 (solenoid)**。螺線管可視為數圈圓形線圈疊合在一起的情形（線圈之間通常用油漆彼此絕緣，所以稱為漆包線）。由於每一匝導線電流的環繞方向相同，所產生的磁場方向也相同，使得螺線管管內磁力線密度遠大於螺線管外，且圓心處磁場最大。例如，如圖 6-19 是使用磁粉所觀察的磁力線現象，假其磁場大小是：

$$B = \frac{\mu_0 NI}{\ell} = \mu_0 nI \quad (\text{特斯拉, T or Wb/m}^2)$$

（公式6-14）

上式中 $n = \frac{N}{\ell}$ ，為每單位長度所含的線圈匝數。磁場方向也適用安培右手定則，使用右手的四指指向電流方向，拇指方向，即為磁場方向。例如，如圖 6-20a，電流自左邊流入，使用右手指向電流方向，拇指即為磁場方向，本例磁場方向向左；又例如，如圖 6-20b，電流自左邊流入，但是纏繞方向相反，使用右手指向電流方向，拇指即為磁場方向，本例磁場方向向右。

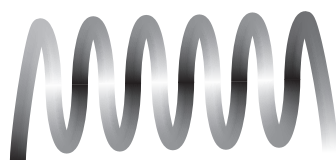


圖 6-18 螺線管所建立的磁場

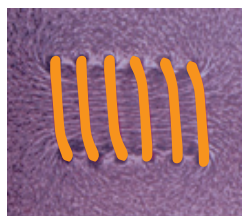
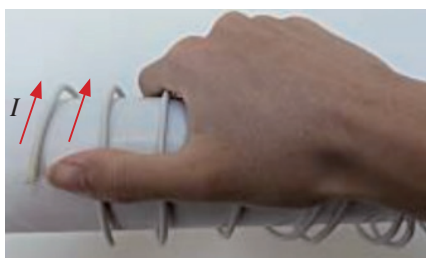
圖 6-19 以磁粉所觀察的磁力線現象
（摘自維基百科）

圖 6-20a 右手定則判別磁場方向一

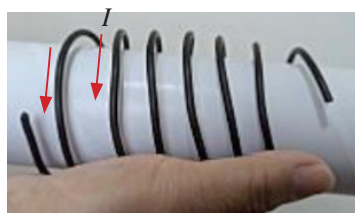


圖 6-20b 右手定則判別磁場方向二

範例6-2c

有一螺線管的長度為 10 公分，均勻纏繞線圈 10000 匝，線圈內通電流 4.0 安培，螺線管截面半徑為 3.0 公分，請問螺線管內的磁場強度約為多少特斯拉？（本題 π 請以 3 計算）

解

$$\text{螺線管內的磁場 } B = \frac{\mu_0 NI}{\ell} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \cdot 10000 \cdot 4}{0.1} = 0.48\text{T}。$$

載流導線在磁場的受力

通有電流的導線稱為載流導線，載流導線在磁場的受力實驗如圖 6-21a，則其受力 $\vec{F}$ 與導線長度 ℓ 、電流 I 、磁場 B 的關係，以數學式表示如下：

$$\vec{F} = \ell \cdot \vec{I} \times \vec{B} \quad (\text{牛頓, N})$$

(公式6-15)

以上 $\vec{F}$ 、 $\vec{I}$ 、 $\vec{B}$ 上面有直線，都代表此為向量，向量與向量運算規則詳見第 8 章，其「 $\times$ 」為向量的外積運算，表示 F 大小是 $\ell \cdot I \cdot B \cdot \sin \theta$ ，單位是 N（牛頓）； ℓ 是導線長度，單位是 m； I 是導線電流，單位是 A； B 是磁通密度，單位是 Wb/m^2 或 T； θ 是 $\vec{I}$ 與 $\vec{B}$ 的夾角。 $\vec{F}$ 的方向，如圖 6-21b。則遵循外積運算規則，使用右手的五指指向 $\vec{I}$ 的方向（y 軸），掌心朝 $\vec{B}$ （z 軸）的方向旋轉 90° ，此時大姆指的方向（x 軸）即為 $\vec{F}$ 的方向。

再以圖 6-21c 為例，若 $\vec{I}$ 的方向在正 x 軸， $\vec{B}$ 的方向在正 y 軸，請用右手的四指指向正 x 軸，如圖 6-21d，掌心朝正 y 軸旋轉 90° ，此時大姆指指向正 z 軸，則 $\vec{F}$ 的方向為正 z 軸如圖 6-21e。又例如， $\vec{I}$ 的方向是負 x 軸， $\vec{B}$ 的方向是正 y 軸，此時大姆指指向正 z 軸，則 $\vec{F}$ 的方向是負 z 軸。

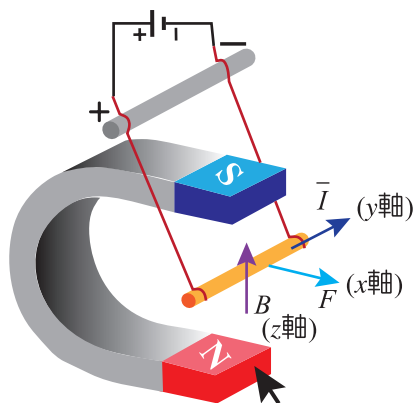


圖 6-21a 載流導線於磁場受力實驗圖

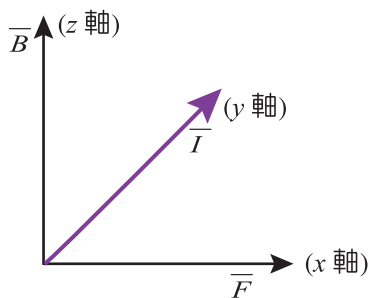


圖 6-21b $\vec{F}$ 的受力方向

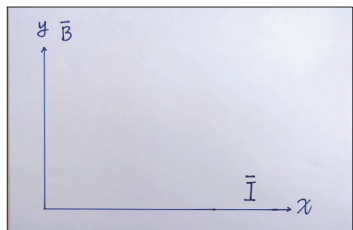


圖 6-21c

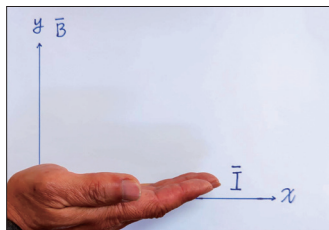


圖 6-21d

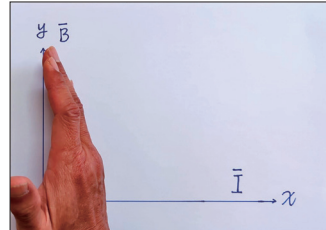


圖 6-21e

佛來明左手定則

佛來明左手定則 (Fleming's left hand rule)，又稱為電動機左手定則，也是用來指示載流導線的作用力方向。將左手大拇指、食指、中指伸直並互成直角，食指指向磁力線 (磁場) 的方向；中指指向電流的方向，那麼大拇指所指的方向就是電磁力的方向，如圖 6-21f，網路上有賣此貼紙。

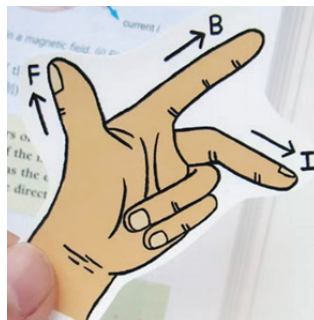


圖 6-21f 佛來明左手定則貼紙
(摘自<https://www.pinkoi.com/product/U5qsGJaI>)

範例6-2d

如圖 6-21a，若導線長度 1m，磁場為 3T，電流為 4A，求此導線受力大小與方向。

解

- (1) 長直導線在磁場中受力 $\vec{F} = \ell \vec{I} \times \vec{B}$ ， $F = \ell IB \cdot \sin \theta = 1 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \sin 90^\circ = 12\text{N}$ (牛頓)。
- (2) $\vec{F}$ 方向如圖 6-21b，第一：右手四指指向 $\vec{I}$ (y 軸)。第二：掌心向 $\vec{B}$ (z 軸) 方向旋轉 90° ，此時大拇指的方向 (x 軸)，即為 $\vec{F}$ 的方向。

載流平行導線間的作用力

由於載流導線會在其附近空間形成磁場，而磁場內的載流導線會受到磁力作用。因此，將兩條載流導線平行放置時，兩載流導線個別形成的磁場，必會互相影響另一條導線，使其受到磁力作用。經實驗發現，當兩載流導線上的電流方向相同時，兩導線會互相吸引如圖 6-22(a)；當兩載流導線上的電流方向相反時，兩導線會互相排斥，如圖 6-22(b) 所示。以圖 6-22(a) 為例， I_2 於 I_1 建立的磁場為 B_2 ， I_1 與 B_2 形成作用力為 F_1 ，方向指向 I_2 導線；又 I_1 導線於 I_2 導線建立的磁場為 B_1 ， I_2 與 B_1 形成的作用力 F_2 ，方向朝導線 I_1 ，所以此二導線將會互相吸引。

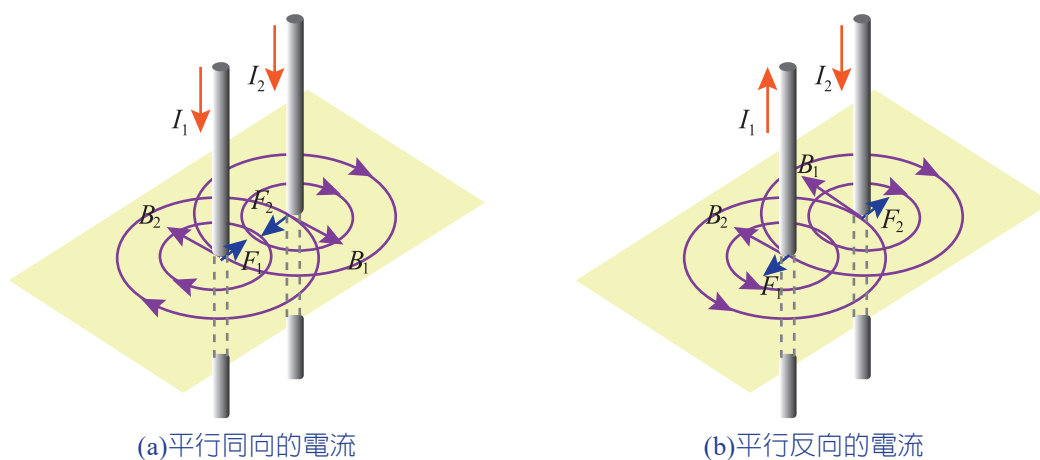


圖 6-22 平行導線受力圖

I_2 於 I_1 導線所建立的磁場 B_2 ，依據公式 6-11：

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d}$$

然後 I_1 與 B_2 形成作用力 F ，依據公式 6-15：

$$F = \ell I_1 B_2 \cdot \sin 90^\circ = \ell I_1 \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d} \cdot 1 = \frac{\mu_0 \ell I_1 I_2}{2\pi d} \quad (\text{牛頓, N})$$

(公式6-16)

F 是作用力，單位是 N（牛頓）

μ_0 是真空導磁係數 $= 4\pi \times 10^{-7}$

ℓ 是導體長度，單位 m

I_1 是導線 I_1 的電流，單位是 A

I_2 是導線 I_2 的電流，單位是 A

範例6-2e

如圖 6-22a 所示的兩平導線均為 3 公尺， $I_1=2\text{A}$ ， $I_2=4\text{A}$ ，相距 0.04m 求 A 導線受力大小？

解

$$\text{平行導線受力 } F = \frac{\mu_0 \ell I_1 I_2}{2\pi d} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \cdot 3 \cdot 2 \cdot 4}{2\pi \cdot 0.04} = 1.2 \times 10^{-4} \text{ N (牛頓)}$$

自我練習

1. 如圖 6-22b，請練習指出 B_1 、 B_2 、 F_1 、 F_2 的方向。
2. 在空氣中之兩平行且直的導線，線長皆為 8 公尺，兩導線相距 2 公分，導線各通以電流 I_1 及 I_2 ，使得兩導線間的作用力為 0.016 牛頓，若 I_1 為 I_2 的 2 倍，則 I_1 及 I_2 分別為多少安培？統測 107
(A) 40，20 (B) 30，15 (C) 24，12 (D) 20，10

6-3 電磁感應

前面 6-2 節介紹電生磁，那磁是否可生電呢？這個問題由法拉第的磁場變化實驗開啓先河，以數學式歸納其感應電動勢的大小，此稱為法拉第定律。法拉第於 1831 年得到當年諾貝爾獎，1834 年楞次做同樣的實驗，歸納出感應電動勢的方向，稱為楞次定律，也得到諾貝爾獎，請看本節說明。

法拉第定律

麥可·法拉第，英國物理學家，在 1831 年，發表以下兩個實驗，證明磁場的變化可產生電流，分別說明如下：

實驗一：使用磁棒的移動改變磁場

如圖 6-23 所示，線圈上方放置一磁鐵，準備上下移動；線圈接上一檢流計，準備檢驗電流的有無與方向，實驗步驟如下：第一：將磁鐵往下靠近線圈，發現檢流計的指針產生偏轉，這顯示線圈上有電流產生，如圖 6-23(a)。第二：將磁鐵置於線圈中不動時，檢流計指針歸零，這顯示線圈上沒有電流，如圖 6-23(b)。將磁鐵往上抽出，檢流計的指針也會產生偏轉，但與磁鐵靠近線圈時的偏轉方向相反，這顯示線圈上也有電流產生，但其方向與磁鐵靠近時的電流方向相反，如圖 6-23(c)。

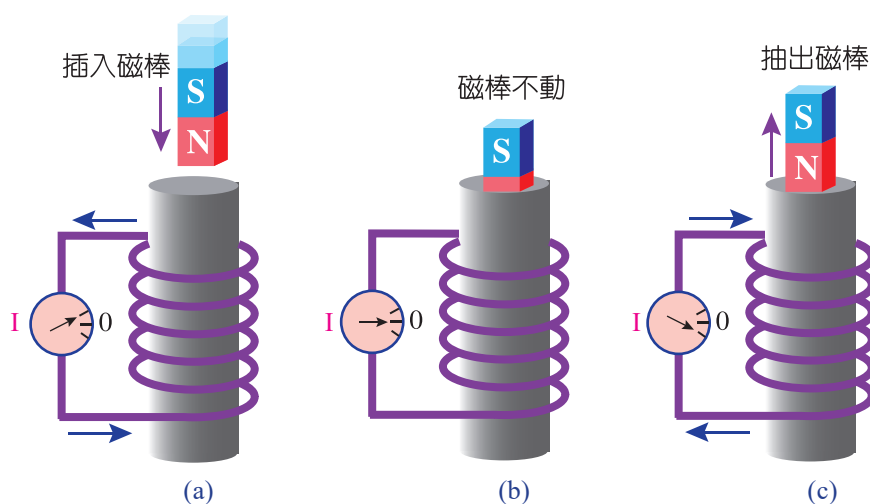


圖 6-23 磁棒的移動改變磁場實驗

實驗二：使用電流的變化改變磁場

如圖 6-24，此實驗安排兩線圈相向而立，左邊線圈使用開關準備通電與斷電，右線線圈接上檢流計測量是否有電流產生，實驗步驟如下：第一：按下開關前，左側線圈電路為斷路，電路上沒有電流通過而產生磁場，故右側線圈也無磁場通過，如圖 6-24(a)。第二：按下開關瞬間，左側線圈形成通路而產生磁場，此時右側線圈電路上的檢流計指針瞬間偏轉，顯示有電流產生，如圖 6-24(b)；待左側線圈電流穩定後，右側電路上的電流就會消失。第三：在切斷開關瞬間，左側線圈因電流消失而使產生的磁場消失，此時右側線圈上的檢流計指針瞬間會偏轉到另一邊，如圖 6-24(c)，然後又回到中央零點處，這也顯示出瞬間有電流的產生。

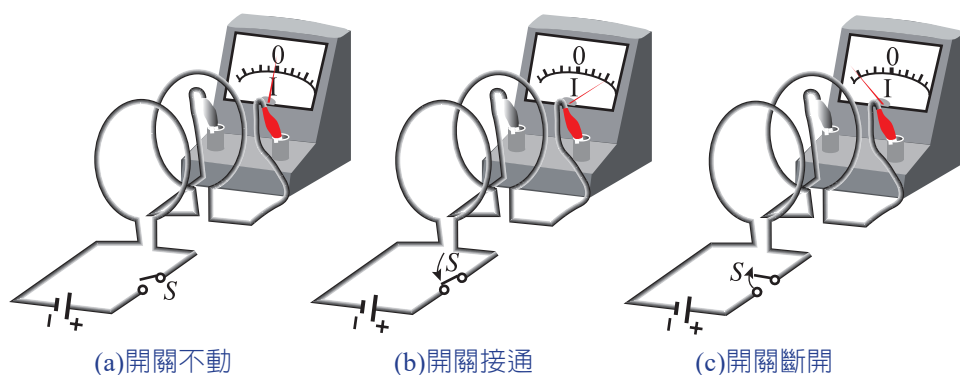


圖 6-24 使用電流的變化改變磁場

法拉第由以上兩個實驗，歸納出：當通過線圈面的磁通量隨著時間產生變化時，另一線圈就會產生感應電流，這表示另一線圈內會產生感應電動勢 (induced electromotive force)，以驅使線圈上的電荷移動產生電流。當磁通量變化愈大時，感應電流愈大，表示感應電動勢也愈大，感應電動勢 ε 會正比於磁通量的時變率 $\Delta\phi/\Delta t$ ，即

$$\varepsilon = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \quad (\text{伏特, V})$$

(公式6-17)

ε 稱為感應電動勢，單位符號為 V（伏特）。

以上線圈是一匝的感應電動勢，如果線圈有 N 匝時，由於通過每一匝線圈的磁通量變化大小與方向都相同，公式 6-17 可改寫為：

$$\varepsilon = \frac{N\Delta\phi}{\Delta t} \quad (\text{伏特, V}) \quad (\text{公式6-18})$$

範例6-3a

有一線圈匝數 10 匝，通過線圈的磁力線在 4 秒內由 4 韋伯增加到 16 韋伯，試計算該線圈的感應電動勢為多少伏特？

解

$$\varepsilon = \frac{N\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{10(16-4)}{4} = 30\text{V}$$

自我練習

1. 有一線圈匝數 20 匝，通過線圈的磁力線在 2 秒內由 10 韋伯增加到 22 韋伯，試計算該線圈的感應電動勢為多少伏特？

楞次定律

法拉第於 1831 年發表法拉第定律，法拉第僅歸納出感應電動勢的大小，楞次（Lenz，俄羅斯物理學家）於 1834 年做以上法拉第相同實驗，歸納出感應電動勢的方向，數學式如下：

$$\varepsilon = -\frac{N\Delta\phi}{\Delta t} \quad (\text{伏特, V}) \quad (\text{公式6-19})$$

負號代表感應電動勢的方向為反抗原磁通的變化方向。例如，圖 6-25(a)，當磁鐵向右靠近時，線圈內磁力線向右增加，線圈會感應向右的電流，因為向右的電流，能在線圈內產生向左的磁通，此磁通得以反抗磁鐵靠近時的向右磁通增加。

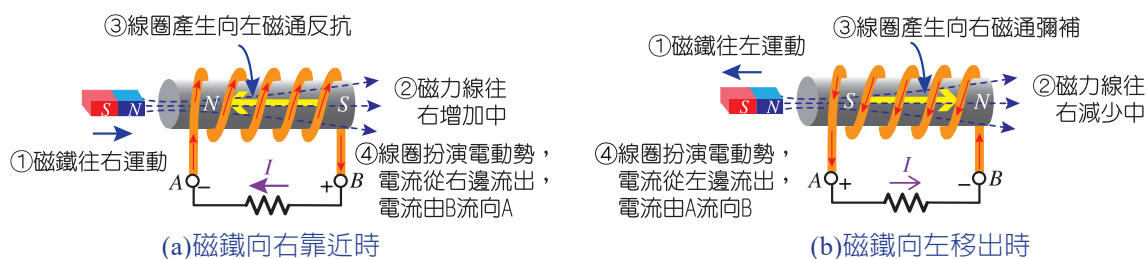


圖 6-25 楞次定律實驗

自我練習

1. 電路如圖 6-25(b)，請問磁鐵向左移動時，線圈的感應電流方向。
2. 電路如圖 6-25(a)，請問磁鐵不動時，線圈感應電動勢的大小與方向。
3. 電路如圖 6-25(a)，請問磁鐵不動，當線圈向左靠時，線圈的感應電流方向。
4. 電路如圖 6-25(b)，請問磁鐵不動，當線圈向右遠離時，線圈的感應電流方向。

如圖 6-26，第一： $t < 0$ 時，開關 S 處於打開穩定，第二： $t = 0$ 時，開關 S 瞬間接通，則左邊線圈，感應一個向右的磁通，右邊的線圈將會扮演電動勢，感應一個向左的磁通，電流由 A 流出，此磁通用來抵抗向右的增加，所以右邊負載 R_L 電流方向為由 A 到 B 。

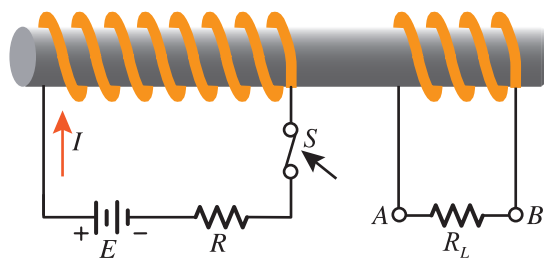


圖 6-26 電流變化的感應電動勢

自我練習

1. 電路如圖 6-26，請問開關 S 接通穩定後，右邊負載 R_L 是否有感應電流？
2. 電路如圖 6-26， $t < 0$ 時開關 S 接通穩定，於 $t = 0$ 時開關 S 打開瞬間，請問右邊負載 R_L 感應電流方向？

自感應電動勢

前面第 6-1 節有談到自感 L 與互感 M 的定義，6-3 節也介紹感應電動勢，現在則要介紹電感的自感電動勢與互感電動勢。如圖 6-27，第一：當線圈 N_1 通過電流 i_1 ，而 i_1 發生變動時，使線圈 N_1 上的磁通 ϕ_1 （黑色）產生變化。依據楞次定律，線圈 N_1 也會自己感應一個反向磁通 ϕ_1 （紅色），而此磁通鏈的變動是因線圈的自感而產生，故此感應電勢為自感應電動勢 e_L ：

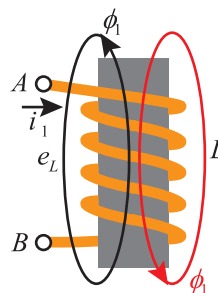


圖 6-27 自感應電動勢

$$e_L = N_1 \frac{\Delta \phi_1}{\Delta t}$$

e_L 單位為伏特。又因為：

$$L = \frac{N\phi}{i} \Rightarrow N\phi = Li \xrightarrow{\text{以 } L_1, \phi_1 \text{ 代入}} N\phi_1 = L_1 i \xrightarrow{\text{兩邊同取變化量}} N\Delta\phi_1 = L_1 \Delta i_1$$

所以 e_L 又可以表示如下：

$$e_L = N_1 \frac{\Delta \phi_1}{\Delta t} = L_1 \frac{\Delta i_1}{\Delta t} \quad (\text{伏特, V})$$

(公式6-20)

範例6-3b

在圖 6-27 中， N_1 的自感 $L_1=5 \text{ H}$ ，當 i_1 在 0.1 秒內由 0.3A 增加到 0.8A 時，試求：(1) N_1 的自感應電勢 e_L (2) 判斷 e_L 的極性。

解

(1) 應用 (6-20) 公式：

$$e_L = L_1 \frac{\Delta i_1}{\Delta t} = 5 \times \frac{(0.8-0.3)}{0.1} = 25\text{V}$$

(2) 判斷 e_L 的極性：

因為 i_1 值增大，產生向上磁通，依楞次定律，此電感會感應一個電動勢，產生反向向下磁通，電流由 A 端流出，故 A 端為正，B 端為負。

互感應電動勢

如圖 6-28，兩個電感 L_1 、 L_2 相鄰放置，若 L_1 電流發生變化，與 L_2 相交鏈磁通亦產生變化，故於 L_2 上因電磁感應產生感應電動勢，依據楞次定律，其感應電勢之方向為欲阻止磁通量變化。同理，若 L_2 電流發生變化，與 L_1 亦發生相同情形，此現象稱為互感作用。以上現象，以磁通說明如下： L_1 產生 ϕ_1 磁通，其中 ϕ_{11} （黑色）僅通過 L_1 ，稱為漏磁通， ϕ_{12} （黑色）通過 L_2 ，稱為交連磁通或互磁通（以上 $\phi_1 = \phi_{11} + \phi_{12}$ ）。依據楞次定律， L_2 會感應一個反向 ϕ_{22} （圖 6-28 紅色），以便阻止磁通量的變化，此反向磁通產生的感應電勢稱為互感應電動勢 e_M ：

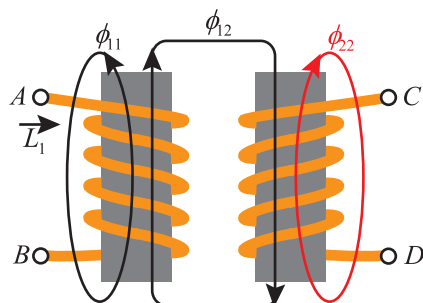


圖 6-28 互感應電動勢

$$e_M = N_2 \frac{\Delta \phi_{12}}{\Delta t} = N_2 \frac{\Delta \phi_{12}}{\Delta i_1} \times \frac{\Delta i_1}{\Delta t} = M \frac{\Delta i_1}{\Delta t} \quad (\text{伏特, V})$$

(公式6-21)

e_M ：互感應電動勢，單位為伏特。

範例6-3c

在圖 6-28 中， N_1 的自感 $L_1=5\text{H}$ ， N_2 的自感 $L_2=8\text{H}$ ，互感 $M=2\text{H}$ ，當 i_1 在 0.1 秒內由 0.3A 增加到 0.8A 時，試求：

- (1) 在 N_2 產生的互感應電動勢 e_M (2) 判斷 e_M 的極性。

解

(1) 應用 (6-21) 公式： $e_M = M \times \frac{\Delta i_1}{\Delta t} = 2 \times \frac{(0.8-0.3)}{0.1} = 10\text{V}$

(2) 判斷 e_M 的極性：

因為 i_1 值增大，產生的交鏈磁通 ϕ_{12} （黑色），讓電感 2 磁通向下增加，依楞次定律，電感 2 會感應一個反向電動勢，產生一個反向向上磁通，所以，電流自 C 點流出，故 C 端為正，D 端為負。

自我練習

1. A、B 兩個線圈緊鄰放置，A 線圈有 200 匝，B 線圈有 300 匝，若線圈 A 在 1 秒內電流增加 5A，使得交鏈至線圈 B 的磁通由 0.2Wb 增加至 0.3Wb，則線圈 A、B 之間的互感為多少？ 統測 106A
(A) 6H (B) 5H (C) 4H (D) 2H
2. A、B 兩線圈相鄰放置，線圈 A 有 800 匝，線圈 B 有 1000 匝。控制線圈 A 之電流在 1 秒內線性增加 10A，使得線圈 B 之磁通量因而由 0.8Wb 線性增加至 0.9Wb，則線圈 B 之互感應電勢大小為何？ 統測 108
(A) 1000V (B) 800V (C) 100V (D) 10V
3. 若流經一理想電感器的電流為一脈動直流電流，則下列敘述何者正確？ 統測 108
(A) 電感器沒有儲存能量
(B) 電感器兩端之感應電壓恆為零
(C) 電感器兩端之感應電壓恆為正
(D) 電感器兩端之感應電壓可能為正或負
4. 一線圈之感應電動勢等於零，則該線圈之磁通量如何變化？ 統測 109
(A) 隨時間線性增加
(B) 隨時間線性遞減
(C) 與時間平方成正比
(D) 不隨時間變化

6-4 本章內容摘要

1. 電感的定義是單位電流產生的磁通鏈：

$$L = N \frac{\phi}{I} \quad (\text{亨利, H})$$

2. 電感的大小與線圈截面積 A ，匝數 N^2 成正比，與線圈長度成反比：

$$L = \frac{\mu A N^2}{\ell} \quad (\text{亨利, H})$$

3. 電感色環表示與電阻色環碼相同，但是單位是 μH 。

4. 電感數碼標示，前兩位是有效數字，第三位是乘冪，基本單位是 μH 。

5. 互感的定義如下：

$$M = M_{12} = \frac{N_2 \phi_{12}}{I_1} = M_{21} = \frac{N_1 \phi_{21}}{I_2} \quad (\text{亨利, H})$$

6. 耦合係數 K_m 的定義為：

$$K_m = \frac{\phi_{12}}{\phi_1} = \frac{\phi_{21}}{\phi_2}$$

7. 電感 L 、互感 M 與耦合係數 K_m 的關係：

$$M = K_m \sqrt{L_1 L_2} \quad (\text{亨利, H})$$

8. 無互感串聯總電感：

$$L_T = L_1 + L_2 \quad (\text{亨利, H 與電阻串聯相似})$$

9. 串聯互助總電感：

$$L_T = L_1 + L_2 + 2M \quad (\text{亨利, H})$$

10. 串聯互消總電感：

$$L_T = L_1 + L_2 - 2M \quad (\text{亨利, H})$$

11. 無互感並聯總電感：

$$L_T = \frac{L_1 \times L_2}{L_1 + L_2} \quad (\text{亨利, H 與電阻並聯相似})$$

12. 並聯互助總電感：

$$L_T = \frac{L_1 \times L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2 \times M} \quad (\text{亨利, H})$$

13. 並聯互消總電感：

$$L_T = \frac{L_1 \times L_2 - M^2}{L_1 + L_2 + 2 \times M} \quad (\text{亨利, H})$$

14. 電感器的儲能是：

$$W = \frac{1}{2} \times N\phi \times I = \frac{1}{2} \times LI^2 \quad (\text{亨利, H})$$

15. 長直導線的磁場：

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad (\text{特斯拉, T or Wb/m}^2)$$

16. 圓形導線的磁場：

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \quad (\text{特斯拉, T or Wb/m}^2)$$

17. 螺線管的磁場：

$$B = \frac{\mu_0 NI}{\ell} = \mu_0 nI \quad (n = \frac{N}{\ell}) \quad (\text{特斯拉, T or Wb/m}^2)$$

18. 載流導線在磁場的受力：

$$\vec{F} = \ell \cdot \vec{I} \times \vec{B} \quad (\text{牛頓, N})$$

19. 兩相鄰載流平行導線的作用力：

$$F = \frac{\mu_0 \ell I_1 I_2}{2\pi d} \quad (\text{牛頓, N})$$

20. 法拉第感應電動勢：

$$\varepsilon = \frac{N\Delta\phi}{\Delta t} \quad (\text{伏特, V})$$

21. 楞次定律， $\varepsilon = -\frac{N\Delta\phi}{\Delta t}$ (伏特, V)，負號代表感應電動勢的方向為反抗原磁通變化的方向。

22. 自感應電動勢：

$$e_L = N_1 \frac{\Delta\phi_1}{\Delta t} = L_1 \frac{\Delta i_1}{\Delta t} \quad (\text{伏特, V})$$

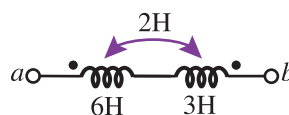
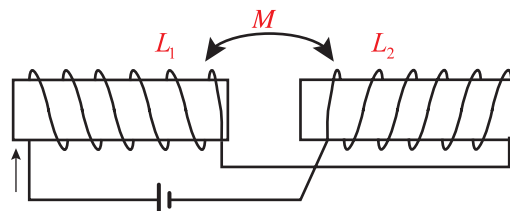
23. 互感應電動勢：

$$e_M = N_2 \frac{\Delta\phi_{12}}{\Delta t} = M \frac{\Delta i_1}{\Delta t} \quad (\text{伏特, V})$$

6-5 課後習題

選擇題

- 如右圖所示， $L_1=10$ 亨利 (H)， $L_2=15$ 亨利 (H)， $M=2$ 亨利 (H)，則總電感 L_T 為多少亨利 (H)？ 台北捷運 112
(A) 7.5H (B) 15.5H
(C) 29H (D) 31H
- 如右圖所示，求 a 、 b 兩端的總電感 $L_{ab}=?$ 台北捷運 112
(A) 3H (B) 4H (C) 5H (D) 6H
- 下列何者可直接用來說電動機中磁場、電流方向的相關性？ 身心障礙 112
(A) 楞次定律 (B) 佛萊明左手定則 (C) 佛萊明右手定則 (D) 法拉第定律
- 一單匝線圈，若通過的磁通原本為 0.2 韋伯，經過 1 秒的觀測，發現 1 秒後的磁通為 0.1 韋伯，則觀測過程中此線圈兩端之平均感應電動勢為多少伏特？ 身心障礙 112
(A) 0 (B) 0.1 (C) 1 (D) 2
- 電感器之電感值和鐵心材料的相對導磁係數值 (relative permeability) 有下列何關聯？ 身心障礙 112
(A) 成正比 (B) 成反比 (C) 平方比 (D) 倍大小
- 一單位磁極在磁場內某點受力，是因為該點有下列何種物理量？ 身心障礙 112
(A) 磁場強度 (B) 電場強度 (C) 電通密度 (D) 磁通密度
- 設通過某線圈的單位時間磁通變化量維持不變，若將此線圈的原始匝數減少 20%，量自感應電壓為 1.8 伏特，則將此線圈的原始匝數增加 20% 後之自感應電壓應為多少伏特？ 身心障礙 112
(A) 2.16 (B) 2.52 (C) 2.70 (D) 2.88
- 磁路 500 匝的電感器 A 通過 1 安培電流時，產生 4×10^{-5} Wb 的磁通量，其中 2.4×10^{-5} Wb 的磁通量通過同磁路中另一 400 匝的電感器 B，則電感器 A 與 B 之間的耦合係數為何？ 身心障礙 112
(A) 0.48 (B) 0.6 (C) 0.75 (D) 0.94



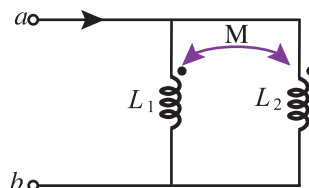
9. 關於載流導體在磁場中受力之敘述，下列何者錯誤？

初等考 112

- (A) 導體電流方向與磁場方向相同，則導體不受力
 (B) 可使用佛萊明左手定則判斷載流導體在磁場中受力大小
 (C) 根據佛萊明左手定則，食指表示磁力線方向
 (D) 根據佛萊明左手定則，中指表示導體電流方向

10. 如右圖所示電感電路，若 $L_1=4$ 亨利 (H)、 $L_2=4$ 亨利、 $M=2$ 亨利，則總電感量 L_{ab} 為多少亨利？

初等考 112



- (A) 2 (B) 3 (C) 6 (D) 10

11. 某線圈在 0.5 秒內電流變動 2 安培，感應出 8 伏特的電動勢，則此線圈之電感值為何？

初等考 112

- (A) 0.8H (B) 1.1H (C) 1.5H (D) 2H

12. 有一個具有 144 匝線圈的電感器，其電感值為 0.45 亨利。若此電感器的長度不變，將線圈匝數減為 48，則其電感值應為多少亨利？

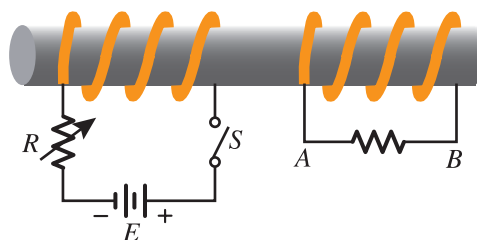
初等考 112

- (A) 0.2 (B) 0.15 (C) 0.10 (D) 0.05

13. 如右圖所示，當開關 S 切入之瞬間， A 點電壓為 V_A 、 B 點電壓為 V_B ，則 V_A 與 V_B 的關係為何？

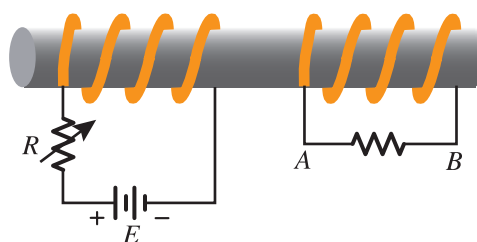
鐵路特考 112

- (A) $V_A > V_B$ (B) $V_A = V_B$
 (C) $V_A < V_B$ (D) $V_A = 2V_B$

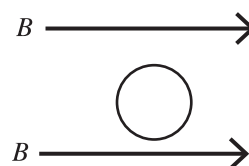


14. 如右圖所示， A 點電壓為 V_A 、 B 點電壓為 V_B ，若直流電壓 E 突然減少但仍為正值，在此瞬間 V_A 與 V_B 的關係為何？

- (A) $V_A > V_B$ (B) $V_A = V_B$
 (C) $V_A < V_B$ (D) $V_A = 3V_B$



15. 如右圖所示，當在一均勻磁場 B 中的圓形導體向右移動，此導體內感應電流的方向為何？



- (A) 垂流入紙張 (B) 垂流出紙張
 (C) 向右 (D) 無感應電流

16. 一電動機內具有磁通密度為 1 韋伯 / 平方公尺之均勻磁場，若有一長 50 公分之導線載有 10 安培電流，並與磁力線垂直，則導線上所受之力為多少牛頓？
鐵路特考 112
(A) 0 (B) 5 (C) 50 (D) 100
17. 下列那些單位屬於 MKS 系統？①韋伯②公分③馬克士威④牛頓 鐵路特考 112
(A) 僅①④ (B) 僅①② (C) 僅③④ (D) 僅①②④
18. 有一電感器其線圈匝數有 1000 匝，通過 5 安培電流時，產生的磁通量為 2×10^{-3} 韋伯，則此電感器所儲存的能量為多少焦耳？
鐵路特考 112
(A) 5 (B) 10 (C) 15 (D) 20
19. 有一匝數 $N=50$ 的線圈，將通過線圈的磁通在 3 秒內由 0.05 韋伯增加至 0.08 韋伯，該線圈的感應電勢為：
台北自來水 111
(A) 10V (B) 5V (C) 1V (D) 0.5V
20. 自感量為 $L_A=60\text{mH}$ 與 $L_B=15\text{mH}$ 的兩線圈，兩者之間互感量 $M=18\text{mH}$ ，此兩線圈的耦合係數 K_m 為：
台北自來水 111
(A) 0.6 (B) 0.3 (C) 0.24 (D) 0.12

素養觀念題

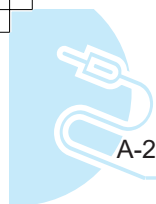
1. 小明拿到一個變壓器，此變壓器共有 4 條電線輸出，一邊註明 0 與 110，另一邊註明 0 與 6，請問使用三用電表的歐姆檔量測，哪些接點的電阻為 0，哪些接點的電阻無限大？
2. 小明在港口觀察大型起重機在掉掛貨櫃，發現掛勾不是夾式，而是一個大吸盤，請問是利用什麼原理才可以吸起沈重的貨櫃呢？
3. 小明出門都是帶悠遊卡搭捷運，其使用的技術、廠商稱為「無線射頻辨識系統（Radio Frequency Identification system，簡稱 RFID system）」，請問這項這項技術與本章的哪一現象有關？
4. 小明將兩個電阻串聯，可提高電阻，請問將兩個電感串聯，是否可以提高電感量？
5. 小明進行電感串聯量測時，調整此兩個電感的擺放方向與距離是否會影響其量測值？
6. 小明進行電阻串聯量測時，調整此兩個電阻的擺放方向與距離是否會影響其量測值？
7. 小明進行電容串聯量測時，調整此兩個電容的擺放方向與距離是否會影響其量測值？

附錄 1



本書關鍵字中英文對照與索引表

中文	英文	頁碼
電子	electron	1-2
原子模型	atomic model	1-3
原子	atom	1-3
電子組態	electronic configuration	1-4
電荷	electric charge	1-5
靜電感應	electrostatic induction	1-6
靜電起電	static electrification	1-6
化學電池	chemical cell	1-7
發電機	generator	1-7
太陽光電板	photovoltaic panel	1-8
電流	current	1-9
導體	conductor	1-9
絕緣體	insulator	1-9
半導體	semiconductor	1-9
電子流	electron current	1-10
平均速度	drift velocity	1-10
電壓	voltage	1-12
電動勢	electromotive force	1-12
電位	electric potential	1-12
電位差	potential difference	1-12



中文	英文	頁碼
接地	earth connection	1-13
電能	electric energy	1-14
電子伏特	electron-volt	1-14
電功率	electrical power	1-16
馬力	horsepower	1-16
損失	loss	1-17
效率	efficiency	1-17
電阻	resistance	2-1
電阻率	resistivity	2-1
電導	conductance	2-4
電導係數	conductitivity	2-5
歐姆定律	Ohm's law	2-13
正溫度係數	positive temperature coefficient, PTC	2-18
負溫度係數	negative temperature coefficient, NTC	2-18
絕對溫度	absolute temperature	2-18
推論絕對溫度	inferred absolute temperature	2-18
電阻溫度係數	temperature coefficient of resistance	2-20
網目	mesh	3-3
斷路	breaking	3-3
開路	open circuit	3-3
短路	short circuit	3-4
節點	node	3-4
支路	branch	3-4
克希荷夫電壓定律	Kirchhoff ' s voltage law	3-6
克希荷夫電流定律	Kirchhoff ' s current law	3-12
惠斯登電橋	wheatstone bridge	3-25
節點電壓法	node voltage method	4-2
迴路電流法	loop current analysis method	4-7
重疊定理	superposition theorem	4-10
戴維寧定理	Thevenin's theorem	4-13

中文	英文	頁碼
諾頓定理	Norton's theorem	4-19
最大功率轉移定理	maximum power transfer theorem	4-27
電容器	capacitor	5-2
電容量	electric capacity	5-2
介質強度	dielectric strength	5-5
破電電壓	breakdown voltage	5-5
庫侖定律	Coulomb's law	5-16
電場	electric field	5-17
電力線	electric line of force	5-18
電感器	inductor	6-2
電感	inductance	6-2
磁場	magnetic field	6-2
磁通量	magnetic flux	6-2
磁通鏈	flux linking	6-2
互感	mutual-inductance	6-6
耦合係數	coefficient of coupling	6-7
螺線管	solenoid	6-17
感應電動勢	induced electromotive force	6-24

MEMO

十二年國民基本教育

技術型高級中等學校電機與電子群

基本電學（上冊）

審定字號：技審字第 000000 號

書號：SE006

編著者：洪國勝、孫銘宏、蔡懷文、蔡懷介

責任編輯：洪國勝

排版封面設計：陳彥慈（芒現）

發行所：泉勝出版有限公司

地址：高雄市左營區華夏路 708 號 17 樓

電話：0900757159

LINE ID：5abook

網址：www.goodbooks.com.tw Email:aa163677@yahoo.com.tw

訂購方式：電話：0900757159 LINE ID：5abook

Email:aa163677@yahoo.com.tw

初版日期：113 年 10 月

版次：初版第一刷

◎書內程式、圖片、資料的來源已盡查明之責且標注出處，若有疏漏，在此致歉，並請通知我們，我們將於再版時修訂。若發現書有缺頁、倒裝、嚴重污損，請直接盡快與本公司聯繫，我們會盡快更換。

◎版權所有，請大家共同遵守著作權。知識有價，請老師鼓勵學生買書、學生願意買書，僅存的作者、出版社與書局才能生存，後代子孫才能享受翻閱實體書籍的樂趣。

